

TRABAJO FIN DE GRADO

Grado en Ingeniería Mecánica

**ESTUDIO DEL COMPORTAMIENTO MECÁNICO DE VIGAS
METÁLICAS MEDIANTE TÉCNICAS DE REDUCCIÓN
DIMENSIONAL**



Memoria

Autor:	Ferran Sala Piqué
Director:	Eduardo Soudah Prieto
Co-Director:	Joaquín Alberto Hernández Ortega
Convocatòria:	Juny 2018

Resum

La evolució de l'enginyeria ha estat acompanyada per un augment en el cost computacional per abordar complexos problemes estructurals d'una manera precisa. Per reduir els costos, es va buscar desenvolupar un mètode basat en el mètode d'elements finits amb modelaitzat d'ordre reduït i descomposició de domini per fer front als problemes sense necessitat d'un processador potent. La característica innovadora es el ús d'un procés d'aprenentatge automàtic que es responsable de provar y extreure els modes característics del objecte d'estudi.

Aquesta tècnica ha donat resultats adequats dins de les prediccions teòriques amb l'avantatge de ser extremadament més ràpid en comparació a un programa convencional d'elements finits ja que permet processar un major número d'elements.

Resumen

La evolución de ingeniería ha estado acompañada por un aumento en el costo computacional para abordar complejos problemas estructurales de una manera precisa. Para aliviar los costos, se buscó desarrollar un método basado en el método de elementos finitos con modelizado de orden reducido y descomposición de dominio para hacer frente a problemas sin necesidad de un procesador potente. La característica novedosa es el uso de un proceso de aprendizaje automático que es responsable de probar y extraer los modos característicos del objeto de estudio.

Esta técnica dio resultados adecuados dentro de las predicciones teóricas con las ventajas de ser extremadamente más rápido en comparación a un programa convencional de elementos finitos ya que permite procesar un mayor número de elementos.

Abstract

Engineering evolution has been accompanied by an increase in the computational cost to address complex structural problems in a precise manner. To alleviate costs, it was sought to develop a method based on the finite element method with reduced-order modelling and domain decomposition to tackle problems without needing a powerful processor. The novel feature is the usage of an automatic learning process that is responsible for testing and extracting the characteristic modes of the object of study.

This technique gave proper results within theory predictions with the advantages of being extremely faster than a conventional finite element program and allowing to process a greater number of elements.

Agradecimientos

En primer lugar agradecer a mi tutor, Prof. Eduardo Soudah, por su extraordinaria disponibilidad y predisposición, por su apoyo brindado en todo momento y por la oportunidad de trabajar en este proyecto. En segundo lugar agradecer a mi cotutor Prof. Joaquín Hernández, quien me ha brindado esta oportunidad única de colaborar en su proyecto de su nuevo método prometedor, también agradecerle la paciencia y predisposición para poder testear este nuevo método.

Índice

RESUM	I
RESUMEN	II
ABSTRACT	III
AGRADECIMIENTOS	IV
1. PREFACIO	9
1.1. Motivación	9
2. FUNDAMENTOS DE LOS MÉTODOS USADOS	10
2.1. Introducción de Fundamentos de Resistencia de Materiales	10
2.1.1. Objetivo de la Resistencia de Materiales	11
2.1.2. Concepto de pieza y estructura	12
2.1.3. Principios de la Resistencia de Materiales	13
2.1.4. Restricciones geométricas	17
2.1.5. Definición de esfuerzos en una sección	18
2.1.6. Esfuerzos en piezas de plano medio	20
2.2. Reducción dimensional	22
2.2.1. Antecedentes	22
2.2.2. Estado del arte	23
2.2.3. Objetivo	24
2.3. Introducción a los perfiles normalizados	25
3. DESARROLLO DEL NUEVO MÉTODO	28
3.1. Perfiles entrenados y generados	28
3.2. Mallado	30
3.2. Entrenamiento básico	31
3.2.1. Test axial	33
3.2.2. Test de torsión	35
3.2.3. Flexión pura en Y	37
3.2.4. Flexión simple en y	39
3.2.5. Flexión pura en z	41
3.2.6. Flexión Simple en Z	42
3.2.7. Resultados del proceso de aprendizaje	43
3.3. Modelo de orden reducido	44

4. VALIDACIÓN	45
4.1. Calculo Analítico	45
4.1.1 Empotramiento	45
4.1.2 Bi-empotramiento	48
4.2. Resolución a partir de Elementos Finitos	51
4.2.1 Empotramiento	52
4.2.2 Bi-empotramiento	56
4.2.3 Estados tensionales perfil IPE	59
4.3. Resolución a partir de Reducción Dimensional	62
4.3.1 Herramientas de post-procesamiento	62
4.3.2 Resultados Obtenidos	64
5. ANÁLISIS DE RESULTADOS Y TIEMPOS	73
5.1. Comparativa corroboración	73
5.2. Comparativa Computacional	74
ANÁLISIS DEL IMPACTO AMBIENTAL	77
CONCLUSIONES	79
PRESUPUESTO Y/O ANÁLISIS ECONÓMICA	81
REFERENCIAS	83
ANEXO A	87
ANEXO B. RESULTADOS ANSYS VS ORDEN REDUCIDO	88
B.1 Empotramiento	88
B.1.1 Sección cuadrada maciza	88
B.1.2 Sección cuadrada pared delgada	90
B.1.3 Sección IPE	92
B.1.4 Sección circular	93
B.2 Bi-empotramiento	95
B.2.1 Sección cuadrada maciza	95
B.2.2 Sección cuadrada pared delgada	96
B.2.3 Sección IPE	98
B.2.4 Sección Circular	99
B.3 Entrenamiento básico	101
B.3.1 Sección cuadrada maciza	102
B.3.2 Sección cuadrada pared delgada	106

B.3.3 Sección IPE	110
B.3.4 Sección Circular	113

1. Prefacio

Hoy en día, los métodos numéricos que requieren técnicas de cálculo están en todas partes en la ingeniería. Durante el último y el comienzo del presente siglo, la tendencia a procesar estos métodos con mayor y mayor precisión ha sido la tendencia. Sin embargo, las unidades del procesador central no están funcionando tan bien como se esperaba hace unos años y se han presentado nuevas tendencias que van de la mano con la idea de reducir el problema, en lugar de exigir más precisión, a favor de una resolución más rápida.

En este marco de reducción del costo computacional, algunas técnicas se vuelven extremadamente relevantes, como la descomposición del dominio y el modelizado de orden reducido. Ese es el enfoque desarrollado en el proyecto a través de la descomposición de valores singulares, de hecho, es parte de esta tendencia. La idea es llegar a una solución bastante similar del problema clásico de FEM resolviendo un sistema con varias ecuaciones menos gracias al modelizado de orden reducido y la descomposición de dominio.

1.1. Motivación

Dependiendo del caso de estudio un cálculo estructural usando elementos finitos puede llevar hasta horas e incluso días, por lo tanto, la motivación principal de este trabajo se basará en el estudio de nuevas metodologías que sean capaz de reducir el tiempo de cálculo de dichos programas. Para ello se ha utilizado un programa de elementos finitos de orden reducido desarrollado por el Prof. Joaquín Hernández.

2. Fundamentos de los métodos usados

En esta sección se dará pie a las bases de los fundamentos de los métodos emprados para la elaboración de este proyecto, con el fin de dar una pequeña introducción, no se pretende entrar en detalle.

2.1. Introducción de Fundamentos de Resistencia de Materiales

La Resistencia de Materiales envuelve la Mecánica de Estructuras que puede entenderse como la parte de la Mecánica de Sólidos que resulta de aplicar la Teoría de la Elasticidad a un tipo restringido de problemas que se plantean en la vida real de la Ingeniería Estructural para su resolución analítica pertinente. Los problemas vienen definidos principalmente por 2 factores:

- La restricción en la definición del problema elástico. Esto afecta a la geometría, condiciones de sustentación y vinculación y el tipo de acciones consideradas. Se aplica a piezas prismáticas (vigas, columnas, barras, ejes, etc.) que están apoyadas, articuladas o empotradas y sometidas a la acción de fuerzas puntuales o repartidas, entre otros.
- La adopción de ciertas Hipótesis fundamentales. Hipótesis que nos permiten definir el problema lineal y transformar un problema tridimensional en un problema unidimensional, es decir, para facilitar el cálculo.

En este pequeño resumen se presentan los fundamentos de las dos disciplinas mencionadas. Por un lado, los conceptos elementales como el de pieza, estructura, apoyo, etc. Y por otro lado los esfuerzos sobre una sección. Estas dos disciplinas son calves en este proyecto [3].

2.1.1 Objetivo de la Resistencia de Materiales

La Resistencia de Materiales tiene como objetivo determinar la respuesta de las estructuras cuando éstas se ven sometidas a las diferentes acciones que deben soportar durante su construcción y vida útil.

Es decir, la determinación de los estados de tensión y deformación a los que la estructura va a ser sometida por efecto de los diferentes estados de carga predeterminada. La determinación de los estados de tensión se tiene que tener en cuenta los criterios de resistencia y los usos de buena práctica, para garantizar la seguridad de las estructuras. La determinación de los estados de deformación suele ser necesaria para satisfacer los criterios de rigidez, que están a menudo ligados a requisitos de funcionalidad de las estructuras [4].

El primer paso en la construcción de una estructura empieza por la concepción de ésta. Se tienen que determinar su tipología e identificar las acciones que actuarán sobre ella. Evidentemente es de forma aproximada, ya que los valores reales de multitud de acciones dependen de la forma y dimensiones definitivas de la estructura. A partir de aquí entra en juego la Resistencia de Materiales para evaluar la respuesta del pre diseño estructural. Dependiendo de los resultados, se procede al dimensionamiento de los elementos, dar valores concretos. Seguidamente se pasa a la fase de definición de proyecto, en la cual se persigue satisfacer los requisitos previstos, donde se pueden modificar o ratificar las diversas decisiones tomadas en la fase previa. Se definen y concretan la tipología estructural y las acciones a considerar (peso propio, cargas vivas, etc.). Por ultimo pasamos a la verificación del modelo, si la comprobación a posteriori del diseño estructural es correcta, e elabora el proyecto definitivo; en el caso contrario, es necesario volver a la fase de definición y de forma iterativa hasta que no satisfaga los requisitos necesarios.

Este proceso se muestra en la Figura 2.1 donde se remarcan con doble cuadrado donde entra el papel de la Resistencia de Materiales.

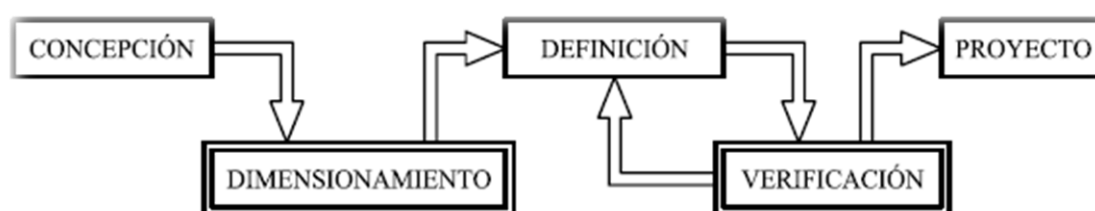


Figura 2.1: La Resistencia de Materiales en el Análisis de Estructuras. [3]

2.1.2 Concepto de pieza y estructura

Se llama pieza prismática, viga o barra al cuerpo sólido engendrado por un área plana S que se mueve en el espacio, de manera que su centro de gravedad G recorre una línea dada l y su plano se mantiene constantemente normal a dicha línea. A la línea l se le denomina directriz, línea media o eje de la pieza y a las diversas posiciones de área S se les llama secciones rectas o secciones normales de la pieza como podemos observar en la figura 2.2.

La directriz de la pieza puede ser una curva alabeada, plana o recta, dando lugar a piezas alabeadas (viga en hélice), piezas planas (arcos, vigas balcón) o piezas rectas (ménsulas, columnas, etc.). La sección de la pieza puede ser constante o variable a lo largo de la pieza. Dando lugar a piezas de sección constante o variable, respectivamente.

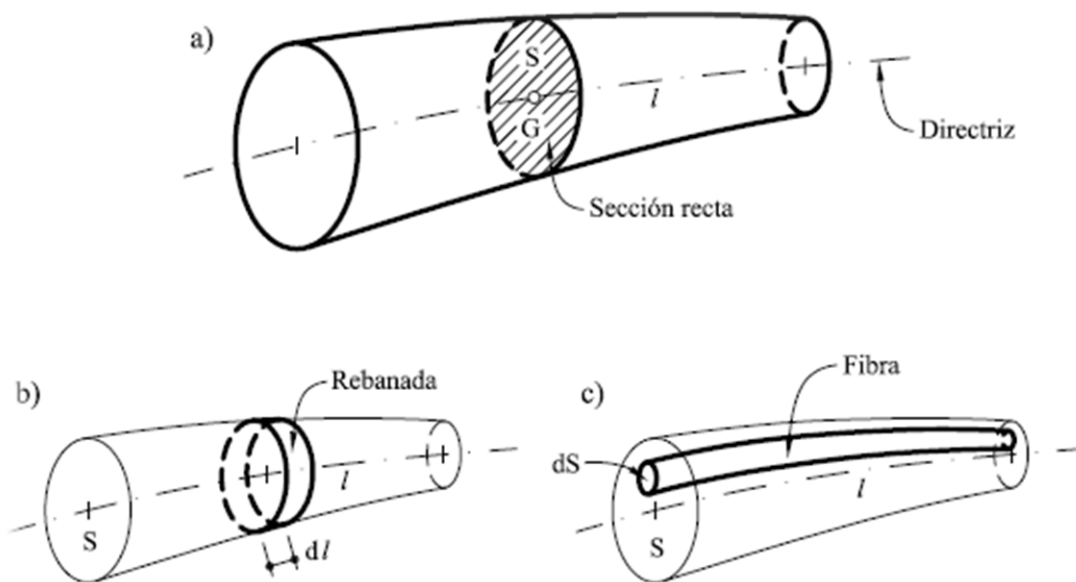


Figura 2.2: Concepto de: (a) pieza prismática, (b) rebanada y (c) fibra. [3]

Se llama rebanada al elemento diferencial de pieza contenido entre dos secciones rectas infinitamente próximos como podemos observar en la figura 2.2 (b). Así, se puede considerar a la viga como un sólido generado por una sucesión de rebanadas diferenciales. Se llama fibra al elemento diferencial de volumen generado por un elemento diferencial del área plana S en el movimiento que genera la pieza prismática como podemos observar en la figura 2.2 (c). Por tanto, se puede considerar a la viga como un sólido formado por un haz de fibras diferenciales. La rebanada y la fibra son los elementos diferenciales básicos de estudio en la Resistencia de Materiales.

Se llama pieza de plano medio a aquella pieza plana en la que la sección recta es simétrica respecto a un plano que contiene a la directriz de la pieza y que está sometida a cargas contenidas en dicho plano medio. Se llama pieza de cilindro medio a aquella pieza plana en la que la sección recta es simétrica respecto a un plano perpendicular al que contiene a la directriz de la pieza y que está sometida a cargas perpendiculares al plano de la directriz [4].

Se llama estructura de barras al sistema mecánico formado por el ensamblaje de piezas prismáticas. Se habla de estructura plana cuando las directrices de todas las piezas que forman la estructura están contenidas en un mismo plano, y de estructura plana formada por piezas de plano medio, y que están sometidas a cargas contenidas en dicho plano medio. Se llama emparrillado plano a la estructura plana formado por piezas de cilindro medio, y que están sometidas a cargas perpendiculares a su plano medio.

2.1.3 Principios de la Resistencia de Materiales

La Resistencia de Materiales es una disciplina que se basa en tres principios o hipótesis fundamentales: el Principio de rigidez, el Principio de superposición y el Principio de Saint-Venant. La validez de los resultados obtenidos mediante esta teoría depende básicamente, del grado de satisfacción de estos principios en el caso concreto en que se aplique.

2.1.3.1 Principio de rigidez

El Principio de rigidez es una consecuencia directa de la hipótesis de pequeños movimientos aplicada al análisis de estructuras y establece que: *“las ecuaciones de equilibrio se pueden formular sobre la geometría indeformada, es decir, sin considerar los movimientos provocados por el sistema de cargas”* [3].

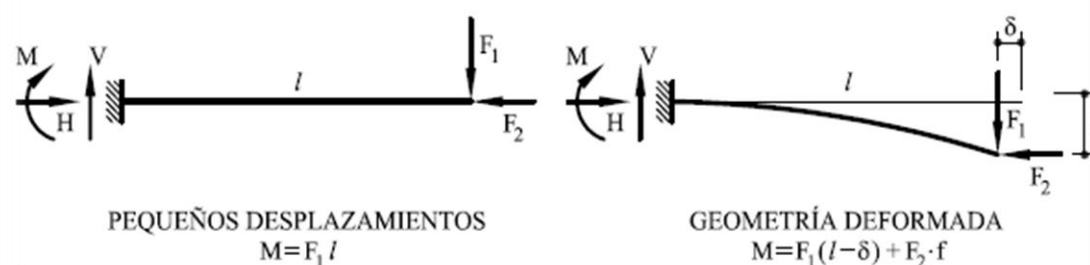


Figura 2.3: Implicación del Principio de rigidez. [3]

Esta hipótesis implica que los movimientos de la estructura debidos al sistema de cargas sean pequeños: los desplazamientos, comparados con las dimensiones de la estructura, y los giros (en radianes), comparados con la unidad. Si esta condición no se cumple, las ecuaciones de equilibrio deben formularse en la geometría deformada, y el problema deja de ser lineal para transformarse en un problema geoméricamente no lineal.

En la figura 2.3 se ilustra la utilidad del Principio de rigidez. Bajo la hipótesis de pequeños movimientos (izquierda), las reacciones en el empotramiento sólo dependen de la geometría inicial y de las cargas; sin ella (derecha). Las reacciones dependen de la deformación de la estructura, y ésta es desconocida a priori.

2.1.3.2 Principio de superposición

Como ya se indicó en el Capítulo anterior, si es válida la hipótesis de pequeños desplazamientos y se cumple, además, la ley de Hooke, entonces el problema es lineal. La resolución de un problema estructural lineal es mucho más sencilla que la de uno no lineal; aparte de otras dificultades de tipo práctico, en un problema no lineal no existe, en general, garantía de que la solución exista y sea única.

Además, si el problema es lineal puede aplicarse el Principio de superposición. Éste establece que: *“Los efectos que un sistema de fuerzas origina sobre una estructura son iguales a la suma de los efectos que originan cada una de las fuerzas del sistema actuando por separado”* [3].

Una consecuencia inmediata del citado principio es que el estado final (tensional y deformaciones) de una estructura sometida a un sistema de fuerzas no depende del orden de aplicación de dichas fuerzas. Esto permite, por ejemplo, analizar al caso de una sollicitación compleja descomponiéndola en casos más simples de estudiar. Es posible, asimismo, la definición y el análisis de estados de carga de interés como combinación de estados de carga previamente definidos y analizados. Ambas posibilidades son utilizadas frecuentemente en Resistencia de Materiales.

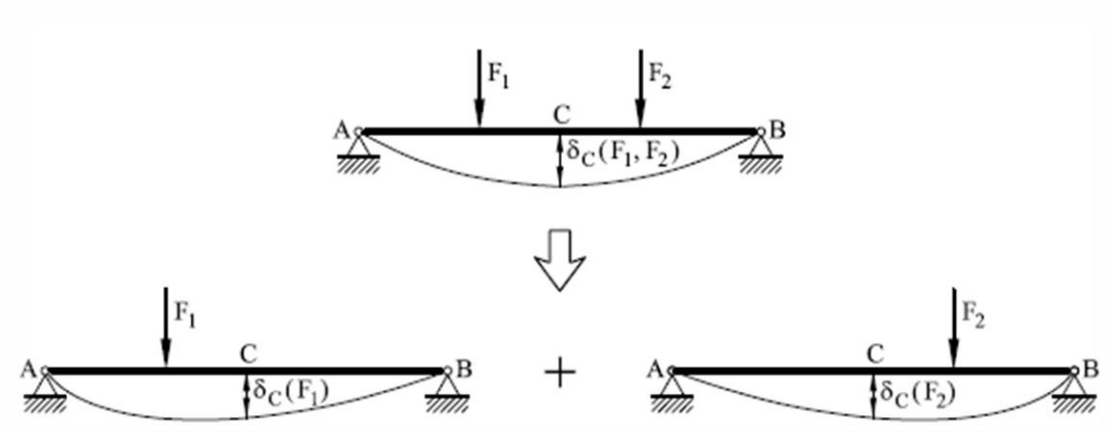


Figura 2.4: Implicación del Principio de superposición. [3]

Así, por ejemplo, cómo podemos observar en la Figura 2.4 se muestra una viga bi-apoyada sobre la que actúa un sistema de carga consistente en dos fuerzas puntuales; este sistema puede descomponerse en los dos sistemas más simples de la parte inferior de la Figura. El principio de superposición implica que las reacciones, movimientos, tensiones y deformaciones que provoca sobre la estructura el estado de cargas original es igual a la suma de las reacciones, movimientos, tensiones y deformaciones que provocan los estados en los que éste se descompone.

2.1.3.3 Principio de Saint-Venant

El Principio de Saint-Venant puede considerarse la verdadera piedra angular sobre la que se edifica la Resistencia de Materiales, ya que establece que *“en una pieza prismática, las tensiones que actúan sobre una sección recta, alejada de los puntos de aplicación de un sistema de cargas, sólo dependen de la fuerza y del momento resultantes de las fuerzas situadas a un lado de la sección considerada”* [3].

Esta hipótesis implica que los efectos locales (fuerzas concentradas, apoyos, variaciones de sección) sólo afectan a una zona localizada a uno y otro lado de las secciones en que se producen. La forma precisa en que se aplican las cargas o los dispositivos empleados para aplicarlas, así como la disposición constructiva concreta de los aparatos de apoyo, sólo afectan al estado tensional de esta zona localizada, de una longitud aproximadamente igual al canto de la pieza. El estudio tensional de las zonas afectadas por los efectos locales es complejo y debe hacerse mediante la Teoría de Elasticidad.

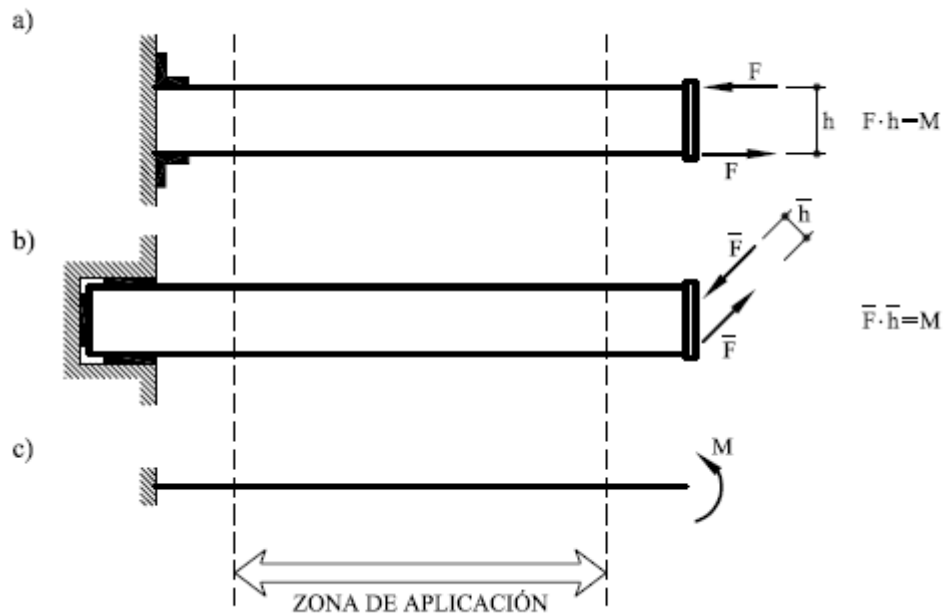


Figura 2.5: Ilustración del Principio de Saint-Venant. [3]

En la Sección 2.5 se definió el concepto de esfuerzos sobre una sección, precisamente, como las componentes de la fuerza y del momento resultante de las fuerzas situadas a un lado de la sección. El cálculo de esfuerzos juega un papel fundamental en la Teoría de Resistencia de Materiales y Cálculo de Estructuras, ya que, según el Principio de Saint-Venant, las tensiones en una sección sólo dependen del valor de éstos.

En la Figura 2.5 se muestran dos ejemplos de voladizos con un momento aplicado en sus extremos libres. En el primer caso, el empotramiento se consigue apoyando la viga contra el soporte y coartando el giro mediante sendos angulares soldados a ambos; el momento en el extremo es la resultante de un par de fuerzas horizontales. En el segundo caso, el empotramiento se consigue encastrando adecuadamente la viga en el soporte; el momento en el extremo es la resultante de un par de fuerzas inclinadas respecto al eje de la viga. En ambas situaciones, el momento resultante de las fuerzas actuantes es idéntico, mientras que la resultante de fuerzas es nula.

A pesar de que las materializaciones de las condiciones de empotramiento y de los momentos aplicados son diferentes, su idealización a efectos de cálculo es idéntica, tal como se muestra en la figura 2.5. Según el Principio de Saint-Venant, las tensiones que aparecen en las zonas centrales de las piezas dependen, exclusivamente, del momento resultante de las fuerzas

actuantes; las zonas extremas, por el contrario, se ven afectadas por los efectos locales, y la determinación de su estado tensional requerirá consideraciones más cuidadosas.

En la práctica ingenieril, el estudio tensional d un elemento estructural suele hacerse suponiendo que el Principio de Saint-Venant es aplicable a la totalidad de las secciones analizadas. El dimensionamiento de las piezas suele hacerse en función de los resultados así obtenidos. A posteriori, se adoptan las disposiciones constructivas necesarias para reducir o soportar de formar adecuada a los efectos locales en las zonas en las que los resultados calculados en esta forma no son aplicables.

2.1.4. Restricciones geométricas

Para que los principios fundamentales enunciados se cumplan y los resultados de la Resistencia de Materiales sean válidos, las piezas deben cumplir ciertas condiciones:

- Geometría de la directriz. En piezas de directriz curva, los radios de curvatura de ésta deben ser grandes en relación al canto de las piezas. Si esta relación es suficientemente pequeña, los efectos de la curvatura pueden llegar a despreciarse en el análisis del comportamiento de las rebanadas y utilizar las expresiones obtenidas para piezas de directriz recta.
- Geometría de las secciones:
 - Dimensiones. Las dimensiones transversales de las piezas, canto y ancho, deben ser pequeñas en relación a su longitud. Esto es necesario para que se cumplan el principio de Saint-Venant y las hipótesis de deformación de las secciones que se utilizan habitualmente. Por otro lado, las características geométricas de las secciones rectas deben asegurar que las piezas tengan la rigidez necesaria para que los movimientos sean pequeños.
 - Variación. En piezas de sección variable, la variación de las dimensiones transversales debe ser gradual y lenta. Las variaciones bruscas en las características geométricas de las secciones producen efectos locales que invalidan el principio de Saint-Venant.

2.1.5 Definición de esfuerzos en una sección

Dada una viga sometida a la acción de un sistema de cargas exteriores, supondremos que una sección recta cualquiera, S , divide a pieza en dos partes, (A) y (B), situadas cada una a un lado de la sección considerada, tal como se muestra en la Figura 2.1.

El sistema de fuerzas (acciones y reacciones) que actúan sobre la viga debe estar en equilibrio estático. Si llamamos F_A al sistema de fuerzas que actúa sobre la parte (A) de la pieza y F_B al sistema de fuerzas que actúa sobre la parte (B), por equilibrio de la viga debe ser:

$$F_A + F_B = 0 \quad (\text{Ec. 2.1})$$

Asimismo, tomando momentos respecto al centro de gravedad G de la sección S , debe cumplirse:

$$M_{FA}^G + M_{FB}^G = 0 \quad (\text{Ec. 2.2})$$

Consideremos ahora, por separado, el equilibrio de las dos partes de la pieza (A) y (B). Para que tal equilibrio exista, es necesario suponer que existen unas fuerzas de interacción que ambas partes se ejercen entre sí, a través de la superficie S . Así, la parte (B) ejercerá sobre la parte (A) unas fuerzas que podemos reducir a una resultante R_A y un momento resultante, respecto a G , M_A . De forma análoga, la parte (A) ejerce sobre la parte (B) una fuerza resultante R_B y un momento resultante M_B .

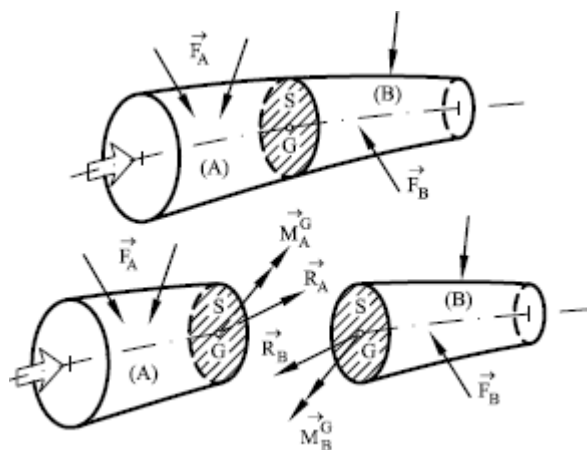


Fig. 2.6.: Fuerza y momento resultantes en una sección. [3]

Por equilibrio de la parte (A) debe ser:

$$F_A + R_A = 0 \quad (\text{Ec. 2.3})$$

$$M_{FA}^G + M_A^G = 0 \quad (\text{Ec. 2.4})$$

Por equilibrio de la parte (B) debe ser:

$$F_B + R_B = 0 \quad (\text{Ec. 2.5})$$

$$M_{FB}^G + M_B^G = 0 \quad (\text{Ec. 2.6})$$

Sumando las ecuaciones (2.3, 2.4) y (2.5, 2.6) y teniendo en cuenta el equilibrio global (ecuaciones (2.1) y (2.2)), se tiene:

$$(F_A + F_B) + R_A + R_B = 0 \rightarrow R_A = -R_B \quad (\text{Ec. 2.7})$$

$$(M_{FA}^G + M_{FB}^G) + M_A^G + M_B^G = 0 \rightarrow M_A^G = -M_B^G \quad (\text{Ec. 2.8})$$

Por lo tanto, las acciones que una parte ejerce sobre la otra son iguales y de sentido contrario.

Llamando por simplicidad:

$$R = R_A = -R_B \quad (\text{Ec. 2.9})$$

$$M = M_A^G = -M_B^G \quad (\text{Ec. 2.10})$$

Se tendrá también que:

$$\begin{cases} R = -F_A = F_B \\ M = -M_{FA}^G = M_{FB}^G \end{cases} \quad (\text{Ec. 2.11})$$

2.1.6 Esfuerzos en piezas de plano medio

Consideremos una pieza de plano medio tal como la que se muestra en la Figura 2.10. Llamaremos XY al plano medio que, recordemos, contiene a la directriz, es plano de simetría de las secciones rectas y contiene también a las cargas que actúan sobre la pieza.

El triedro de referencia xyz local de una sección genérica se define de la forma siguiente. El eje x es tangente a la directriz de la pieza en el centro de gravedad de la sección G, y orientado según el sentido positivo de recorrido de la directriz [3].

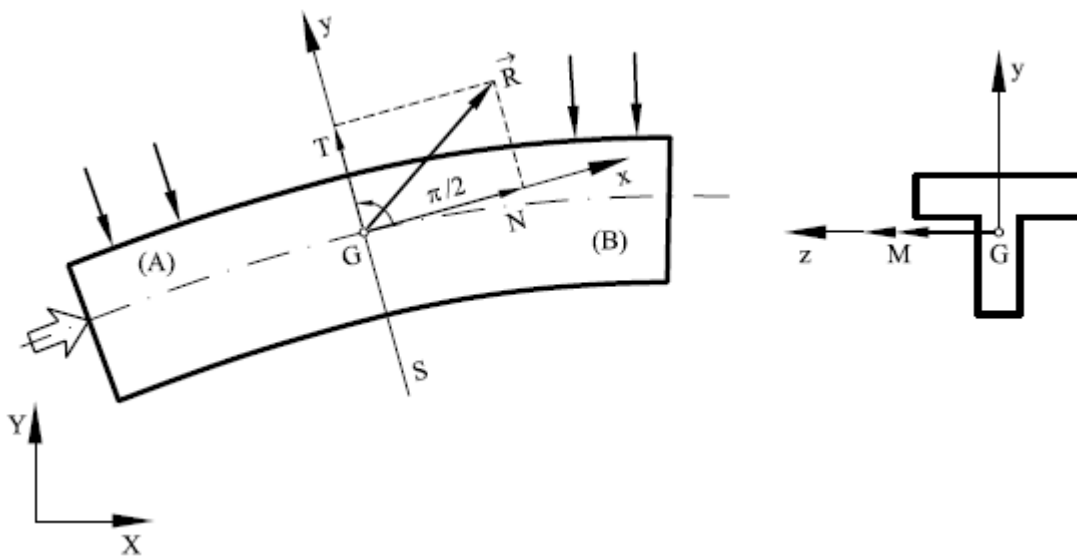


Fig. 2.7.: Esfuerzos en piezas de plano medio. [3]

El eje y está también en el plano medio que, por simetría, es plano principal de inercia, y es normal al eje x, formando con éste un ángulo de $\pi/2$ radianes (anti horario). El eje z es normal a los ejes (x,y) y de sentido tal que el triedro (x,y,z) es dextrógiro (horario). Así, el plano XY coincide con el plano xy, y el eje z es perpendicular a éste.

Al actuar las fuerzas exteriores sólo en el plano XY, la resultante R de las fuerzas que actúan a uno u otro lado de la sección está contenida en dicho plano, y se descompone en un esfuerzo axial N (según el eje x) y un esfuerzo cortante T (según el eje y). Por simetría respecto al plano medio, T_z es nulo. Por el mismo motivo, el momento resultante M de las fuerzas que actúan a uno u otro lado de la sección es perpendicular al plano XY y se llama momento flector a su única componente según el eje z. Las otras dos componentes M_t y M_y son nulas por simetría respecto al plano medio.

Al referirnos a los esfuerzos en piezas de plano medio adoptaremos el siguiente convenio de signos, que se muestra en la Figura 2.11:

- El esfuerzo axial N es positivo si es de tracción (según el sentido positivo del eje x en la cara frontal) y negativo si es de compresión.
- El esfuerzo cortante T es positivo si hace girar la rebanada en sentido anti horario (según el sentido positivo del eje " y " en la cara frontal), y negativo en caso contrario.
- El momento flector M es positivo si es anti horario sobre la cara frontal (según el sentido positivo del eje z en la cara frontal), y negativo en caso contrario.

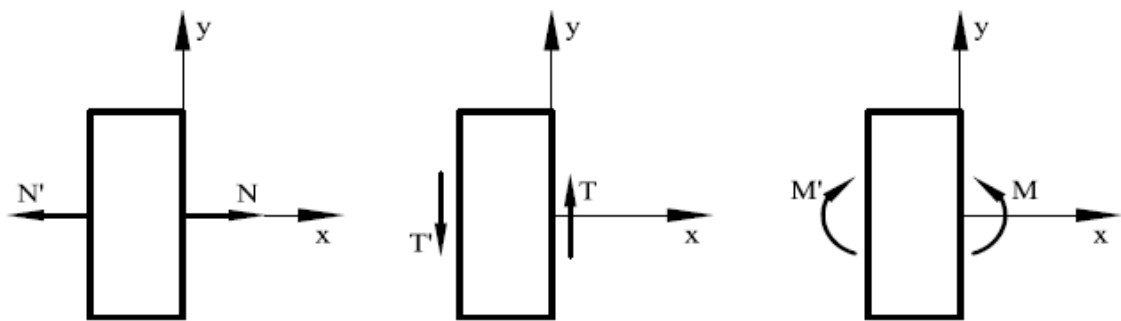


Fig. 2.8: Convenio de signos para esfuerzos en piezas de plano medio. [3]

2.2. Reducción dimensional

El objetivo de esta sección es presentar brevemente el nuevo método de reducción dimensional, un poco de su historia de donde viene y porqué se requiere introducirlo. Más adelante en la sección 3 se dará más detalle de este método.

2.2.1 Antecedentes

Hoy en día, los métodos numéricos que requieren técnicas de cálculo están en todas partes en la ingeniería. Durante el último y el comienzo del presente siglo, la tendencia a procesar estos métodos con mayor y mayor precisión ha sido la tendencia. Sin embargo, las unidades del procesador central no están funcionando tan bien como se esperaba hace unos años y se han presentado nuevas tendencias que van de la mano con la idea de reducir el problema, en lugar de exigir más precisión, a favor de una resolución más rápida [2] [1].

En este marco de reducción del costo computacional, algunas técnicas se vuelven extremadamente relevantes, como la descomposición del dominio y el modelizado de orden reducido. Ese es el enfoque desarrollado en el proyecto a través de la descomposición de valores singulares, de hecho, es parte de esta tendencia. La idea es llegar a una solución bastante similar del problema clásico de FEM resolviendo un sistema con varias ecuaciones menos gracias al modelizado de orden reducido y la descomposición de dominio.

Este método permitirá, en resumen, comprimir la información y solo serán post-procesado las secciones críticas que son determinantes en términos del diseño de la estructura. El costo computacional es la característica altamente reducida en este enfoque y lo que se está buscando para hacerlo. Por otro lado, este método requiere entrenar artificialmente el algoritmo a través de deformaciones impuestas para almacenar ciertos modos. Por lo tanto, tiene que estar preparado antes para garantizar que la solución que ofrece está dentro del comportamiento esperado.

La utilidad del proyecto puede verse claramente cuando se intenta encontrar métodos más rápidos para resolver estructuras. En este caso, el método se probará en un problema de resistencia de materiales donde la deformación estará dada por las cargas distribuidas en función de su desplazamiento. El éxito del proyecto implicará la posible aplicación de este método en múltiples disciplinas de ingeniería.

2.2.2 Estado del arte

El método del elemento finito es la base del proyecto y se realizará una recapitulación para ponerlo en contexto. El método de elementos finitos se originó a partir de la necesidad de resolver problemas complejos en la ingeniería aeronáutica y civil. La pista del desarrollo del método puede llevarnos a principios de los años cuarenta. Desde entonces, se usó en diferentes regiones del mundo. De la URSS a China utilizó el método para múltiples aplicaciones de ingeniería. Aunque el método no era exactamente el mismo, el concepto y el enfoque de la discretización de malla en subdominios, llamados elementos, se compartieron. Desde entonces, el método de elementos finitos obtuvo renombre y fue alrededor de los años 1960-70 donde no existía el código abierto finito. Además de esto, el conocido patrocinio de la NASA probablemente sea el programa de FEM más poderoso, NASTRAN. No es casualidad que el método de repente comenzó a extenderse a muchos campos de ingeniería, como el análisis y la edificación de barcos. Posteriormente, el método fue generalizado para el modelizado numérico de sistemas físicos en una amplia gama de disciplinas de ingeniería.

Actualmente, los paquetes de software de análisis de elementos finitos como ANSYS se manejan no solo para analizar problemas complejos sino como una herramienta de diseño. Algunos problemas de elementos finitos pueden ser relativamente simples pero otros requieren resolver sistemas lineales con millones de incógnitas. Por lo tanto, las computadoras potentes eran más demandadas ya que se necesitaban problemas más desafiantes para resolver. Aparecieron métodos para reducir el cálculo, como la descomposición del dominio que permitió calcular en paralelo el sistema y ahorrar potencialmente mucho tiempo. Además, la creación de modelos de orden reducido con menos incógnitas era cada vez más atractiva cuando las computadoras no funcionaban tan bien como se esperaba hace años. Actualmente, no hay un sesgo común en los problemas de ingeniería de elementos finitos, en su mayoría depende del propósito. En algunos casos, el número de puntos de integración de Gauss aumenta; en otros, se prefiere aumentar el número de elementos en las zonas donde se exige precisión. A pesar de eso, lo que todo el sector de ingeniería comparte es el concepto de eficiencia. Por lo tanto, lo que este método busca es una solución eficiente para un problema complejo común. El modelizado de orden reducido ya ha demostrado su eficacia en problemas similares a haces con simples secciones transversales, demostrando su capacidad de ser capaz de parecerse a simulaciones FEM reales. En este caso, el campo de aplicación será en vigas, donde las secciones influyen en la aplicación, donde depende del contexto será mejor usar un tipo u otro. [1]

2.2.3 Objetivo

El proyecto está orientado a la **validación de un código de elementos finitos de orden reducido** para la resolución de problemas estructurales. Durante el proyecto se estudiará la eficiencia del código en cuestiones de **rapidez de cálculo** y precisión numérica. Para ello se ha comparado la solución obtenida mediante un código comercial (en este caso se ha seleccionado el software más utilizado actualmente, ANSYS), que es donde reside el desafío, y se ha comprobado analíticamente para dos diferentes escenarios: 1. Viga empotrada y 2. Viga bi-empotrada. Del mismo modo se han recreado diferentes tipos de perfiles estructurales de acero, basándose en la normativa, y se han estudiado **las tensiones medias y los desplazamientos** de las rebanadas con ambos programas (Modelo de orden reducido vs ANSYS).

2.3 Introducción a los perfiles normalizados

Los perfiles estructurales o vigas son un tipo de productos que se crean por laminación en caliente de acero. El tipo del perfil que vaya a tener la viga de acero, así como sus cualidades, son determinantes a la hora de elegirlos para su aplicación y uso en la ingeniería y la arquitectura. Entre sus propiedades clave destacan su forma o perfil, su peso, sus particularidades y la composición química del material con que está hecho y su longitud. Estos perfiles están regularizados mediante normativas EN (European Norm), donde se establecen medidas globales de estos perfiles. En este proyecto se ha centrado el foco en 4 tipos de perfiles estructurales:

IPE

La sección normalizada del perfil IPE tiene forma de doble “T”, también llamado “I” o “Doble T”, y a su espesor se le conoce como “europeo”. Sus caras, tanto exteriores como interiores, son paralelas entre sí, siendo perpendiculares al alma. De este modo tienen un espesor constante. La unión entre las caras interiores de las alas y las del alma son redondeadas. Los bordes de las alas tienen aristas exteriores e interiores vivas. La relación entre la anchura de las alas y la altura del perfil tiene que ser menor que 0,66.

Este perfil se designa por las letras “IPE” con un número que representa la altura total nominal (h), siendo expresado milímetros. Según la norma EN 10025:2004.

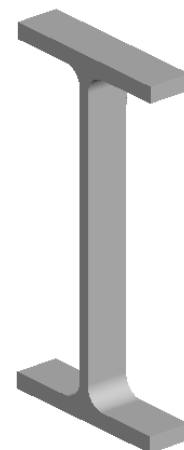


Figura 2.9: Perfil IPE

IPN

El perfil IPN es un perfil cuya sección tiene una forma de doble “T”, también llamado “Sección en I con alas inclinadas”, “Perfil I normal” o “Doble T normal”, y su espesor se denomina “normal”. Las caras exteriores de las alas son perpendiculares al alma y las interiores tienen un 14% de inclinación, por lo tanto, su espesor disminuye hacia los bordes. La unión entre las caras interiores de las alas y las del alma son redondeadas. Los bordes de las alas tienen aristas exteriores e interiores vivas.

Este tipo de perfil se nombra con las letras “IPN” y a continuación un valor numérico que designa la altura total nominal (h) del perfil en milímetros. Según la norma EN 10025:2004.

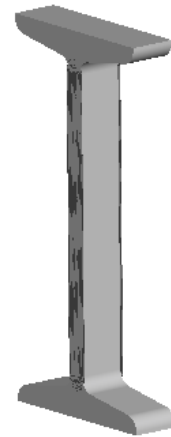


Figura 2.10: Perfil IPN

UPN

El perfil UPN es un perfil que tiene forma de “U”. Las caras exteriores de las alas son perpendiculares al alma y las caras de la parte interior presentan una inclinación del 8% con respecto a las exteriores. Así pues, el espesor de las alas va disminuyendo hacia los extremos. El perfil UPN presenta unas aristas exteriores son vivas y la superficie interior es de forma redondeada.

Los perfiles de este tipo se denominan con las letras “UPN” seguidas de un número que va a representar la altura total nominal (h) en milímetros.

Se pueden usar como soportes y pilares si se sueldan los extremos de las alas. De este modo se forma un tubo con una sección prácticamente cuadrada. Además, su espacio interior puede ser utilizado para realizar conducciones. EN 10025:2004.

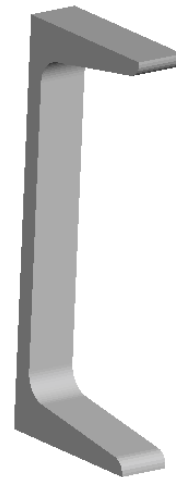


Figura 2.11: Perfil UPN

Sección cuadrada hueca

El perfil cuadrado hueco es un perfil estructural muy común, su hueco permite ahorrar mucho material y sin embargo es muy resistente. Tiene todas las caras i espesores de la misma magnitud.

Los perfiles de este tipo no tienen un nombre específico de denominación sino que se escribe directamente las dimensiones del cuadrado, por ejemplo 50x50, en milímetros, seguido de un número que va a representar el espesor nominal (h) en milímetros de las paredes. Según la norma EN 10025:2004.

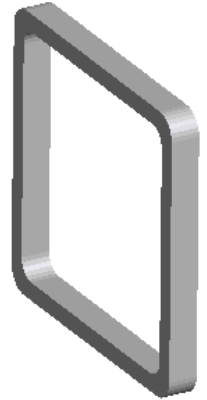


Figura 2.12: Perfil Cuadrado hueco

En el anexo A. podemos encontrar la información acerca de las normativas nombradas anteriormente donde se encuentran las correspondientes tablas normalizadas con todas las medidas de cada uno de estos perfiles referidas a la norma.

3. Desarrollo del nuevo método

El objetivo de esta sección es describir y explicar los procedimientos seguidos para obtener los desplazamientos nodales que resuelven el problema. Además, los pasos y los procesos involucrados en el modelizado de orden reducido y la descomposición del dominio con el algoritmo de orden reducido se detallarán en esta sección. En este apartado se mostrara solo el procedimiento del perfil IPE, ya que para los otros perfiles se ha seguido exactamente el mismo procedimiento. En el anexo B. encontraremos todos los otros perfiles generados [2].

3.1. Perfiles entrenados y generados

Como base de datos se han creado los siguientes perfiles:

Tabla 3.1, Perfiles IPE entrenados

IPE						
80	120	160	200	240	300	360

Tabla 3.2, Perfiles UPN entrenados

UPN						
80	120	160	200	240	300	360

Tabla 3.3, Perfiles IPN entrenados

IPN						
80	120	160	200	240	300	360

Tabla 3.4, Perfiles cuadrados huecos entrenados

Sección cuadrada hueca				
e= 3,2 mm	50x50	70x70	80x80	100x100
e= 5 mm	50x50	70x70	80x80	100x100

Tabla 3.5, Perfiles cuadrados macizos entrenados

Sección cuadrada Maciza

50x50	70x70	80x80	100x100
--------------	-------	-------	---------

Tabla 3.6, Perfiles circulares entrenados

Sección Circular

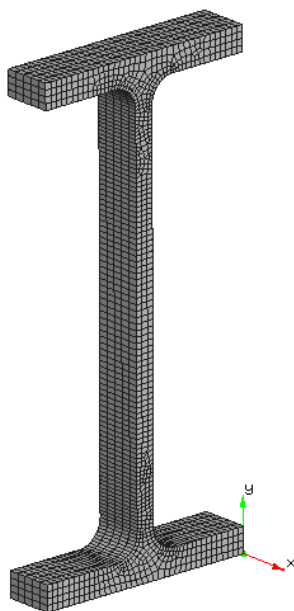
50x50	70x70	80x80	100x100
--------------	-------	-------	---------

En el anexo A. podemos encontrar las correspondientes tablas normalizadas con todas las medidas de cada uno de estos perfiles. Esta base de datos servirá para hacer la simulación que querremos con el perfil que deseemos.

3.2. Mallado

El algoritmo de descomposición del dominio exige que un solo dominio se repita tantas veces como lo desee el usuario. Por lo tanto, solo se debe engranar un dominio para completar la envergadura completa deseada. El programa en sí está a cargo de repetir el mismo dominio una y otra vez y de involucrarlos de una manera estructurada. En esta subsección, se detallará cómo este dominio principal se mezcló.

En primer lugar, se modeló y extruyó la sección transversal de la viga hasta un grosor correspondiente al primer dominio. El grosor elegido fue un 10-15% de su correspondiente alzada, lo que implica que el dominio debe repetirse 100 veces para representar una viga de 1 metro.



Un requisito para el código estructural era asignar la sección transversal en el plano yz porque la repetición del dominio se realiza a lo largo del eje x. Luego, utilizando un software comercial de pre y post procesamiento, GID, se generó una malla con elementos hexaédricos de 8 nodos y un tamaño de malla de 1mm (véase la figura 3.1), la cual se ha concluido suficientemente refinada para unos resultados óptimos. Esta primera malla de dominio es decisiva en la construcción de tramo completo que luego se generará automáticamente. De hecho, el ajuste de la malla de primer dominio se definirá completando el número de elementos de la estructura total.

Figura 3.1: Malla hexaédrica perfil IPE

3.2 Entrenamiento básico

El entrenamiento básico es cómo nos referimos a las pruebas a las que se somete el corte con el objetivo final de capturar los patrones de deformación. El objetivo de este entrenamiento es familiarizar la estructura con las pruebas de haz típicas para que luego, cuando a la estructura se le aplique una cierta configuración de carga, se comporte de acuerdo con lo que el algoritmo haya aprendido en los escenarios anteriores. Se puede comparar con los algoritmos existentes incorporados en los buscadores de Internet. Google, por ejemplo, cuándo uno escribe <Anmial> en la barra de búsqueda en lugar de <Animal>, aparece un mensaje de Google diciendo: <tal vez querías decir: Animal> Esto sucede, de hecho, porque alguien que ya buscó esa palabra lo escribió mal y luego lo rectificó. El algoritmo aprendió de eso automáticamente, por lo que el algoritmo se vuelve más robusto. En realidad, este algoritmo de Google se entrena constantemente con cada búsqueda.

El entrenamiento se puede hacer usando solo un dominio con condiciones periódicas. Las condiciones periódicas, en resumen, imponen que los desplazamientos de las dos caras de la sección transversal se comporten siguiendo el mismo patrón. De esta forma, se asemeja a una simulación con más dominios pero sin tener en cuenta los efectos locales, centrándose en los modos dominantes de la estructura. Antes de comenzar, las condiciones del tipo de problema deben ser cargadas y las características como materiales y superficies deben ser definidas. Para mantener las cosas simples, el material seleccionado es el mismo para todos los perfiles que serán de acero que tiene las siguientes propiedades mecánicas:

- $E = 2e11 \text{ Pa}$
- $\nu = 0.3$
- $G = E/(2(1+\nu)) \text{ Pa}$
- $\rho = 7850e-3 \text{ kg/m}^3$

Por otro lado, la definición de caras se muestra en la figura 3.2. Desde ahora, la cara número 2 se denominará como el extremo derecho (frontal) mientras que el número 1 será el extremo izquierdo (dorsal). La parte superior e inferior se indican con la cara 3 y 4, respectivamente. Tenga en cuenta que esta definición de cara se aplicará a todos los dominios repetidos posteriormente.

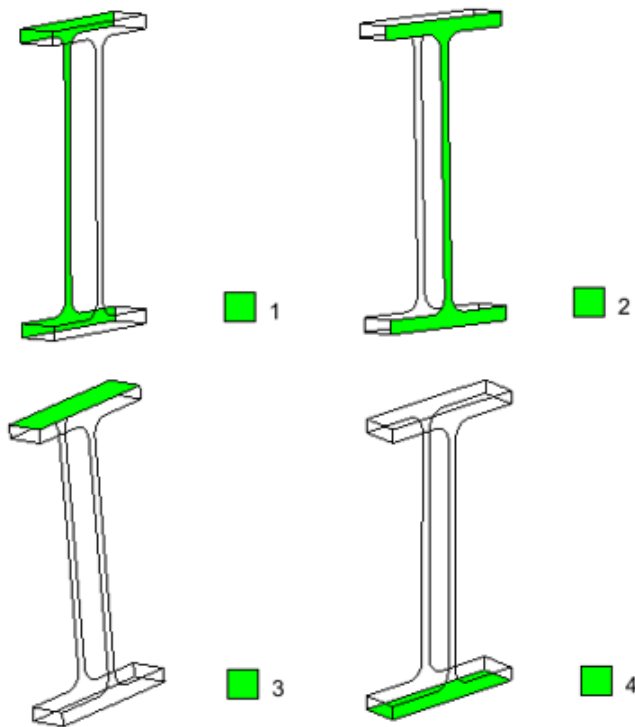


Figura 3.2: Assignación de cares perfil IPE

Las pruebas consisten en un conjunto de desplazamientos prescritos impuestos en las caras definidas. A partir de ahí, los desplazamientos de los nodos se obtienen resolviendo el problema. Tenga en cuenta que durante la prueba se aplica cualquier fuerza, solo ciertos desplazamientos están restringidos. A continuación, se mostrarán las pruebas básicas que permiten obtener posteriormente los modos básicos, solo se mostraran para el perfil IPE, en el anexo B.3 podremos encontrar los otros perfiles entrenados.

3.2.1 Test axial

La prueba axial consiste en imponer un desplazamiento en la dirección x en la cara final derecha. El desplazamiento impuesto elegido es de 1 centímetro, lo que no es excesivamente un gran desplazamiento. Independientemente de la magnitud del desplazamiento impuesto, los modos extraídos serán los mismos ya que es un problema elástico lineal así que no tiene sentido preocuparse por el valor del desplazamiento impuesto. La figura 3.3 muestra el resultado en términos de estrés donde vemos que es constante como se esperaba. Para ver claramente los desplazamientos, se ha enfocado el desplazamiento en el eje x (véase la figura 3.4) con un desplazamiento máximo de 0,01 metros, obviamente en el extremo derecho.

A pesar de que la prueba es solo un desplazamiento en la dirección x de una cara, aparecen otros efectos que reducen la forma de la sección transversal original, como el bien conocido efecto de Poisson. Aparece claramente al aumentar la longitud en la dirección xy al mismo tiempo hay una contracción en las otras dos dimensiones.

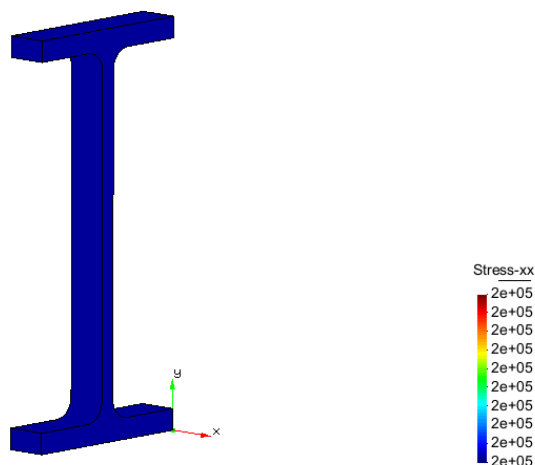


Figura 3.3: Test axial, σ_{xx} (MPa)

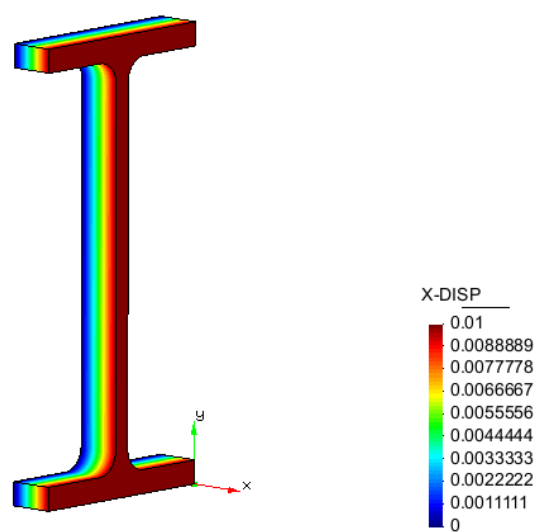


Figura 3.4: Test axial, desplazamiento en x (m)

3.2.2 Test de torsión

La prueba de torsión consiste en imponer un giro en el eje x aplicado en la cara del extremo derecho. De la misma manera que la prueba axial, la magnitud del giro es de 0.01 radianes. La prueba de torsión tiene una fuerte relación con las tensiones de cizallamiento del componente x ya que:

$$M_{tor} = \int (-\tau_{xy}z + \tau_{xz}y) dy dz \quad (\text{Ec. 3.1})$$

Las tensiones de cizalla resultantes τ_{xy} y τ_{xz} se pueden ver respectivamente en las figuras 3.5 y 3.6. Mientras que los desplazamientos se pueden ver en la figura 3.7. Evidentemente, los mayores desplazamientos se ubican en el borde anterior y posterior de la cara final derecha donde el giro es forzado. Por otro lado, el haz central de la sección transversal no resiste los desplazamientos mayores porque el giro se aplica prácticamente sobre él, lo que significa que el brazo de palanca es bastante pequeño. Como ya se ha dicho, las magnitudes de estos desplazamientos y tensiones no son relevantes, pero es el campo del desplazamiento y la distribución del estrés.

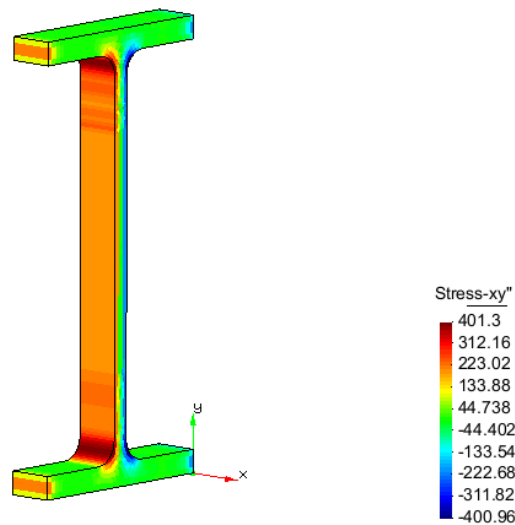


Figura 3.5: Test de torsión, τ_{xy} (MPa)

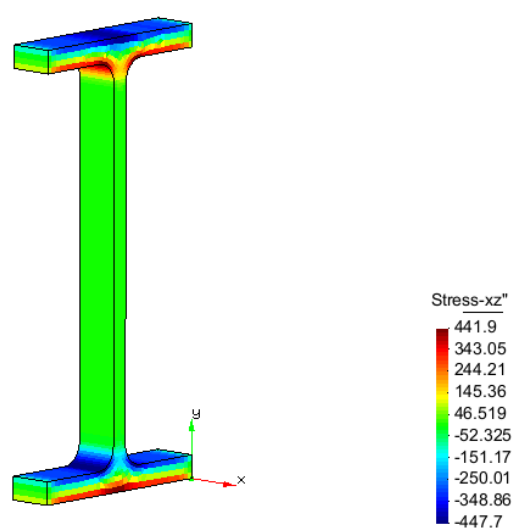


Figura 3.6: Test de torsió, τ_{xz} (MPa)

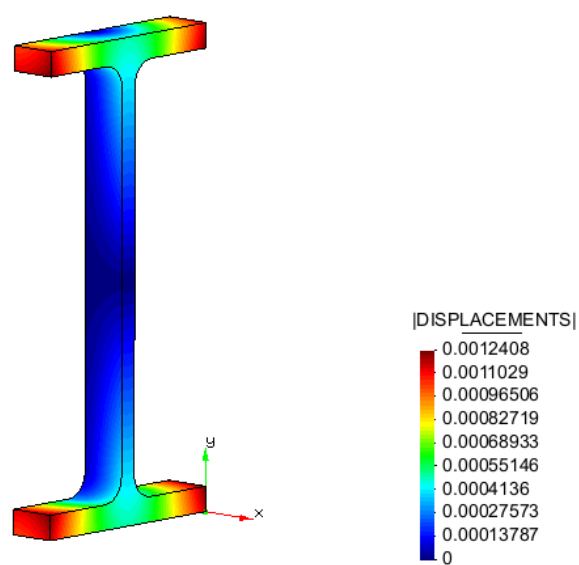


Figura 3.7: Test de torsió, desplaçament (m)

3.2.3 Flexión pura en Y

La siguiente prueba consiste en la imposición de dos giros en ambas caras finales (derecha e izquierda) a lo largo del eje y, que puede considerarse como una prueba de flexión pura. La magnitud de los giros es de 0.01 radianes nuevamente, pero un giro de cara es positivo mientras que el otro negativo. Lo que se espera obtener son dos rotaciones faciales; por ejemplo, el grosor del borde posterior es extremadamente reducido debido a que ambas caras giran en direcciones opuestas (ver Fig. 3.8). Este doble giro en el eje y promueve un gran estiramiento acorde a la dirección, por lo que el mayor desplazamiento se produce en el eje z. La figura 3.9 tendrá sentido cuando se muestre la siguiente figura, pero a partir de esa cifra, se debe capturar que la tensión de cizallamiento τ_{xz} es prácticamente nula en flexión pura. Se debe a la fuerza de cizallamiento casi nula que se puede escribir como $T_y = -\frac{dM_z}{dx}$ y τ_{xz} es proporcional a T_y .

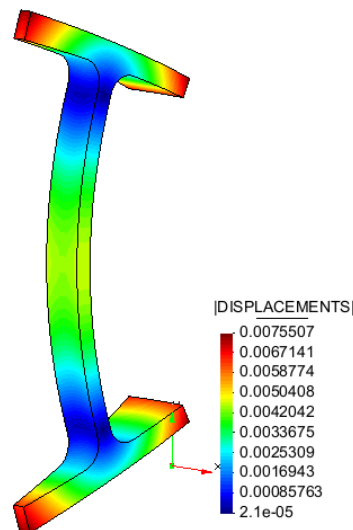


Figura 3.8: Flexión pura en Y, desplazamientos (m)

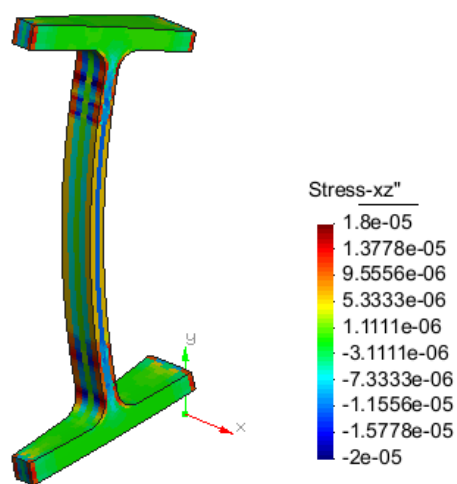


Figura 3.9: Flexión pura en Y, σ_{xz} (MPa)

3.2.4 Flexión simple en y

Esta prueba consistió en convertir 0.01 radianes en la cara del extremo derecho en la dirección y mientras permanecía libre de las condiciones impuestas la izquierda, que es equivalente a una flexión simple. Claramente, el modo de desplazamiento es significativamente similar al doblado previo de ambas caras en la dirección y. Además, la magnitud del desplazamiento de z (ver Fig. 3.10) es casi la mitad de la mostrada antes en la figura 3.8, una cosa que podría ser más o menos predicha ya que hemos dejado una de las caras sin rotación. Sin embargo, al comparar la figura 3.11 con la figura anterior 3.9, que era una curvatura pura, la magnitud de la tensión de cizallamiento τ_{xz} es muy significativa y presenta las características de una flexión simple en el eje y.

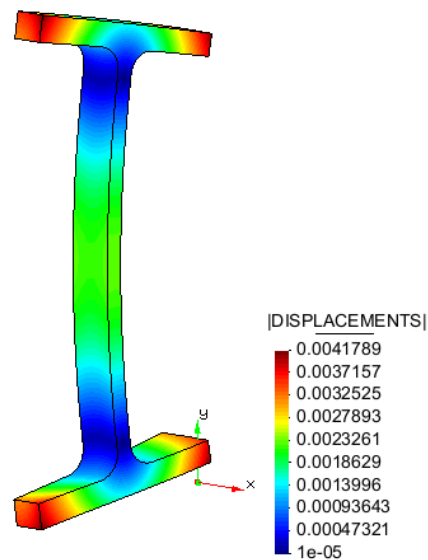


Figura 3.10: Flexion simple en Y, desplazamientos (m)

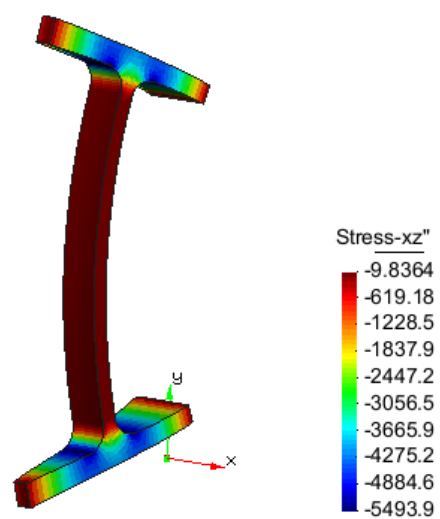


Figura 3.11: Flexión simple, τ_{xy} (MPa)

3.2.5 Flexión pura en z

Al igual que en las pruebas anteriores, la flexión en ambas caras a lo largo del eje z (0.01 radianes) termina desarrollando grandes desplazamientos en la dirección Y causando que la piel del perfil se doble fuertemente, lo que se conoce como flexión pura. Especialmente el desplazamiento del borde posterior a lo largo de la dirección y es bastante notorio.

Esta vez en la figura 3.13 se muestra la tensión de cizallamiento τ_{xy} , ya que es proporcional a T_z , que puede obtenerse mediante la expresión $T_z = \frac{dM_z}{dx}$. De nuevo, en una flexión pura, no se encuentra tensión de cizallamiento.

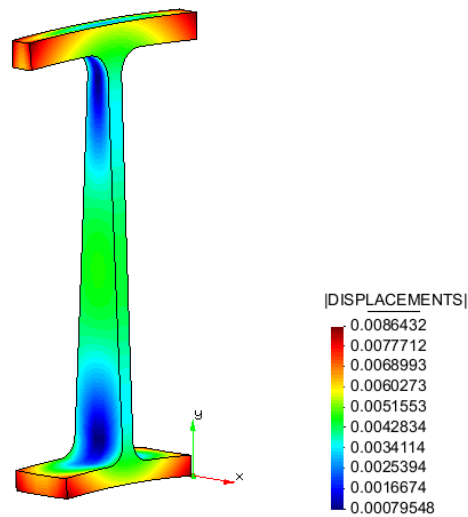


Figura 3.12: Flexión pura en Z, desplazamiento (m)

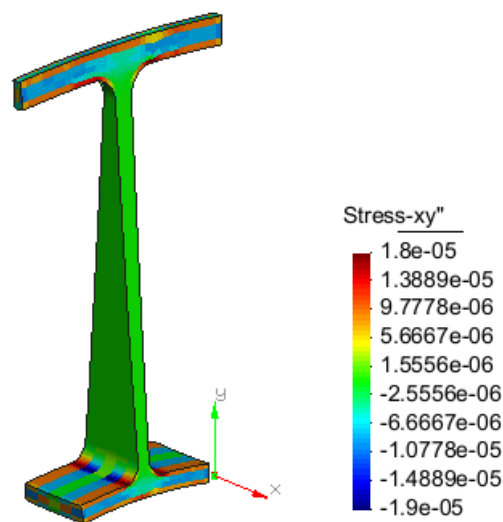


Figura 3.13: Flexión pura en z, τ_{xy} (MPa)

3.2.6 Flexión Simple en Z

La prueba final consistió en convertir 0.01 radianes en la cara del extremo derecho en la dirección z mientras permanecía libre de las condiciones impuestas en la izquierda. Entonces la prueba es una simple flexión en el eje z. El modo mostrado en la figura 3.15 obviamente se parece al de las dos caras doblando en dirección z, pero de nuevo, la magnitud del desplazamiento y parece reducir a la mitad la que aparece en la prueba ya vista. Se pueden observar grandes esfuerzos de cizallamiento.

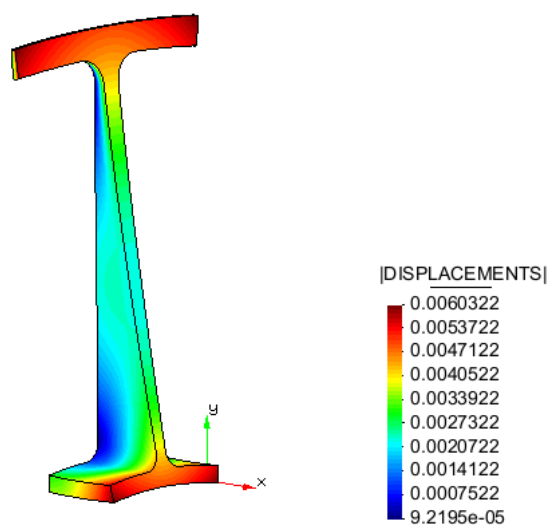


Figura 3.14: Flexión simple en z, desplazamiento (m)

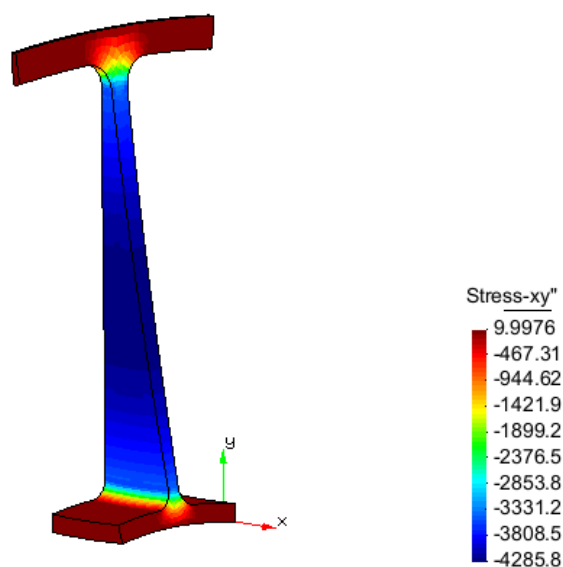


Figura 3.15: Flexión simple en Z, τ_{xy} (MPa)

3.2.7 Resultados del proceso de aprendizaje

El proceso de aprendizaje es la parte en la que la información de estos conjuntos de desplazamientos se extrae y analiza con el fin de obtener los modos de estructura.

La característica resaltada de esta parte es cómo se comportó la porción de viga frente a este conjunto de desplazamientos impuestos. Del entrenamiento es clave almacenar los vectores de desplazamientos nodales porque cada prueba excita la estructura de una manera única y diferente.

En términos de costo computacional, esta es la parte más intensiva del método porque el problema elástico lineal se resuelve para encontrar los desplazamientos como lo haría cualquier programa de método de elementos estándar. Entonces el esfuerzo computacional depende del ajuste elegido para el corte. Para el dominio mallado el tiempo transcurrido para los 6 entrenamientos básicos es de aproximadamente 10 segundos, para todos los perfiles (Anexo B.3), teniendo en cuenta que solo se tiene que hacer una vez para realizar cualquier tipo de cálculo, es insignificante.

Como las pruebas se ejecutaron con condiciones periódicas, no se necesitó más de un dominio. Solo se obtiene un patrón de desplazamiento de cada prueba y, por lo tanto, el resultado del entrenamiento básico es un conjunto de 6 vectores de desplazamientos nodales. Lo que se espera obtener del proceso de aprendizaje son 6 modos que se aplicarán para predecir el comportamiento de la estructura cuando se someta a la distribución de fuerza.

Aparte de los modos, una de las características del proceso de aprendizaje es la capacidad de obtener la matriz de rigidez de corte a través de los desplazamientos entre las caras del extremo izquierdo y derecho del dominio.

3.3 Modelo de orden reducido

Se tiene que tener en cuenta que es muy fácil extender o acortar la viga simplemente modificando el número de repeticiones de cortes. El caso de estudio el número de dominios se establece en 100, obteniendo 1 metros de viga. Esta longitud está un poco condicionada a que el software comercial Ansys tiene una limitación de magnitudes de elementos la cual no podemos exceder para elaborar los cálculos.

Una vez que se obtiene la malla y las variables se proyectan en este espacio inferior, el problema se convierte en un sistema trivial 1-D pero con $n_{\text{modos}} \times (n_{\text{dominios}} + 1)$ grados de libertad. Por ejemplo, desde el entrenamiento básico, se obtienen 6 modos para que el sistema tenga $(6(100 + 1)) = 606$ grados de libertad.

Ahora es claramente perceptible el beneficio del modelizado de orden reducido porque en caso de que uno quiera resolver el problema original mediante el método del elementos finitos, los grados de libertad se extienden hasta $(70000 \text{ nodos por corte}) \times (100 \text{ cortes}) \times (3 \text{ grados de libertad por nodo}) = 21 \text{ Millones de grados de libertad}$, un problema difícil de encontrar para cualquiera que no tenga el equipo adecuado. Además también cuenta con optimización de la visualización de resultados, el cual nos permite predefinir al gusto cuantas rebanadas se deben visualizar en el post-procesamiento, como vemos en la figura 3.16 solo se observan las 50 más solicitadas, impuestas en el cálculo, eso quiere decir que nos muestra las 50 más solicitadas pero las otras 50 no las post-procesa facilitando así una mayor rapidez en la visualización de resultados en el post-procesamiento.

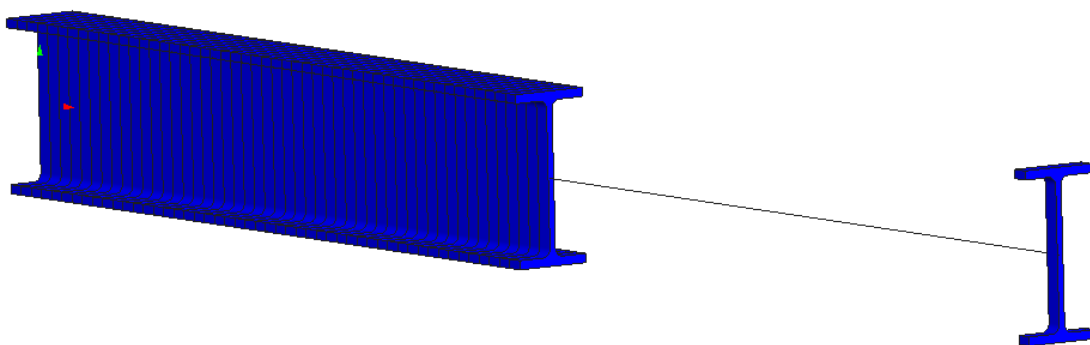


Figura 3.16: 100 Dominios de los 200 de la viga.

4. Validación

En esta sección se detallará el procedimiento seguido para realizar los cálculos y para obtener los resultados de 2 tipos de problemas planteados, por vía de 3 métodos distintos, con un software comercial de elementos finitos, con el nuevo método de orden reducido y analítico para corroborarlo. Tenemos que tener en cuenta que no se mostrarán todos los cálculos, ya que los procedimientos para las diferentes secciones han sido los mismos, con el fin de comparar solo los resultados y no abultar con las imágenes de estos, con el objetivo de sacar conclusiones en referencia a los tiempos, los resultados solo nos servirán de validación.

4.1. Cálculo Analítico

En este apartado se detallará como se obtienen los desplazamientos y las tensiones analíticamente, para dos tipos de problemas planteados: Empotramiento (ver figura 4.1) y Bi-empotramiento (ver figura 4.2).

4.1.1 Empotramiento

- Estamos en un caso de empotramiento con carga repartida.
- La disposición de momentos y de esfuerzos es la siguiente:

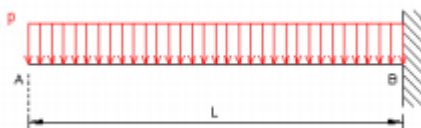


Figura 4.1: Empotramiento

El material es acero, con la sección cuadrada de 0,1 x 0,1, donde $L = 1\text{m}$ y $P = 0,2\text{MN}$.

Cálculo de las reacciones

A partir de las ecuaciones de la estática sumatorio de momentos respecto del empotramiento (Ec. 4.1) sea nulo y suma de fuerzas verticales también cero (Ec. 4.2) se obtiene el valor de las reacciones, R_B y M_B .

$$\sum M_B = 0 \rightarrow M_B = PL \quad (\text{Ec. 4.1})$$

$$\sum F_V = 0 \rightarrow R_B = P \quad (\text{Ec. 4.2})$$

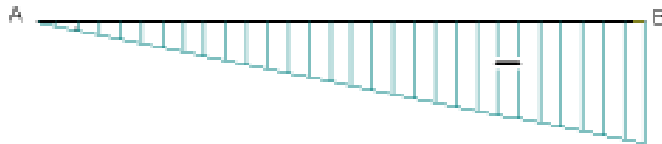
Diagramas de esfuerzos cortantes y momento flector

El esfuerzo cortante (Ec. 4.3) es cero en el extremo libre de la viga, y aumenta de manera lineal hasta llegar al empotramiento de la viga, donde toma el valor máximo. El momento flector tampoco es constante, puesto que depende cuadráticamente de x (Ec. 4.4). El momento flector en el extremo A es cero, y máximo en el empotramiento B ($M_B = -PL^2/2$).

$$T_{AB} = -P \quad (\text{Ec. 4.3})$$

$$M_{AB}(x) = -Px \quad (\text{Ec. 4.4})$$

DEC



DMF

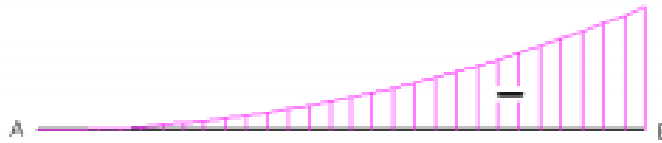


Figura 4.2: Diagrama de cortantes (azul) y diagrama de momentos flectores (lila)

Flecha

Se aplica el 2º Teorema de Mohr para calcular la flecha en el extremo libre, Ec. 4.5, sabiendo que $x_A=0$.

$$\Delta_A = - \int_{B=L}^{A=0} - \frac{Px}{EI} (x_A - x) dx \rightarrow \Delta_A = - \int_L^0 \frac{Px^2}{EI} dx$$

$$\Delta_A = - \left[- \frac{Px^3}{3EI} \right]_L^0 \rightarrow \Delta_A = \frac{PL^3}{3EI} \quad (\text{Ec. 4.5})$$

Es decir, con $I = 8.33 \cdot 10^{-6}$, Ec. 4.6, con el módulo de Young del acero, $2e11$ Pa, $p = 2e5$ N, obtendremos $\Delta = 0.015$ m, este desplazamiento sería el máximo del extremo de la viga, el cual deberemos de encontrar con el método de reducción dimensional también.

$$I = \frac{1}{12} b^3 h = \frac{1}{12} 0.1^4 = 8.33e - 6 \text{ m}^4 \quad (\text{Ec. 4.6})$$

La ley de tensión equivalente en la sección media se obtiene de la siguiente manera:

$$\sigma_{(x=0.5)} = \frac{M_{(x=0.5)}}{I} (\text{punto medio sección, dir. } x) = \frac{2.5e4}{8.33e-6} 0.05 = 15e7 \frac{N}{m^2} \quad (\text{Ec. 4.7})$$

Este valor será utilizado en la comparativa para validar los resultados de los métodos emprados.

4.1.2 Bi-empotramiento

- Estamos en un caso de bi-empotramiento con carga repartida.
- La disposición de momentos y de esfuerzos es la siguiente:

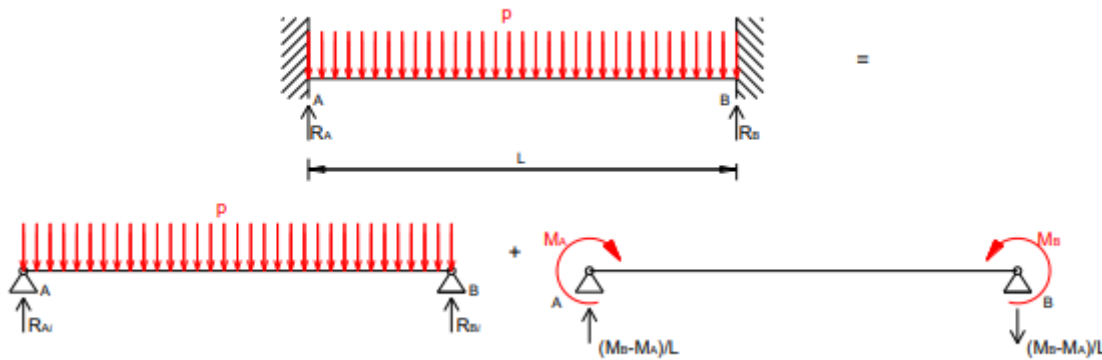


Fig. 4.3: Superposición de viga bi-empotrada con una carga repartida

Se aplica la condición de igualdad de ángulos en los dos extremos (Ec. 4.8 y Ec. 4.9), obteniendo dos ecuaciones con dos incógnitas.

$$\frac{pL^3}{24EI} + \frac{L(2M_A + M_B)}{6EI} = 0 \rightarrow pL^2 + 4(2M_A + M_B) = 0 \quad (\text{Ec. 4.8})$$

$$-\frac{pL^3}{24EI} - \frac{L(M_A + 2M_B)}{6EI} = 0 \rightarrow pL^2 - 4(2M_A + M_B) = 0 \quad (\text{Ec. 4.9})$$

Solucionando el sistema de ecuaciones (se resta el doble de la primera ecuación de la segunda) se obtienen los valores del momento en A (Ec. 4.10) y en B (Ec. 4.11).

$$pL^2 = 2pL^2 + 12M_B \rightarrow M_B = -\frac{pL^2}{12} \quad (\text{Ec. 4.10})$$

$$-pL^2 = -4\left(2M_A - \frac{pL^2}{12}\right) = 0 \rightarrow M_A = -\frac{pL^2}{12} \quad (\text{Ec. 4.11})$$

Reacciones

Una vez obtenido el valor de M_A y M_B , se obtienen los valores de las reacciones (Ec. 4.12 y Ec. 4.13).

$$R_A = \frac{pL}{2} + \frac{\left(-\frac{pL^2}{12} - \left(-\frac{pL^2}{12}\right)\right)}{L} \rightarrow R_A = \frac{pL}{2} \quad (\text{Ec. 4.12})$$

$$R_B = \frac{pL}{2} - \frac{\left(-\frac{pL^2}{12} - \left(-\frac{pL^2}{12}\right)\right)}{L} \rightarrow R_B = \frac{pL}{2} \quad (\text{Ec. 4.13})$$

Diagramas de esfuerzos cortantes y momento flector

También se obtienen la ley de momentos flectores (Ec. 4.14) y de esfuerzos cortantes para el tramo AB (Ec. 4.15)

$$M_{AB} = \frac{px(L-x)}{2} - \frac{pL^2}{12} \left(1 - \frac{x}{L}\right) - \frac{pL^2x}{12L} \rightarrow M_{AB} = -\frac{p}{12}(L^2 - 6Lx + 6x^2) \quad (\text{Ec. 4.14})$$

$$T_{AB} = p \left(\frac{L}{2} - x\right) + \frac{\left(\frac{pL^2}{12} - \left(-\frac{pab^2}{L^2}\right)\right)}{L} \rightarrow T_{AB} = \frac{p}{2}(L - 2x) \quad (\text{Ec. 4.16})$$

DEC



DMF



Figura 4.4: Diagrama de cortantes (azul) y diagrama de momentos flectores (lila)

Flecha

El valor de flecha máxima se da en la sección central, $L/2$. Se utiliza la ecuación de la elástica y se evalúa en la distancia $L/2$, Ec. 4.16.

$$\Delta_{m\acute{a}x} = \frac{px}{24EI} \left(\frac{L}{2}\right)^3 \left(1 - \frac{L}{L2}\right)^2 \rightarrow \Delta_{m\acute{a}x} = \frac{pL^4}{384EI} \quad (\text{Ec. 4.16})$$

Es decir, con $I = 8.33 \cdot 10^{-6}$, Ec. 4.17, con el módulo de Young del acero, $2e11$ Pa, $p = 10\text{MN}$, obtendremos $\Delta = 0.0156$ m, este desplazamiento sería el máximo del extremo de la viga, el cual deberemos de encontrar con el método de reducción dimensional también.

El momento de inercia correspondiente será:

$$I = \frac{1}{12} b^3 h = \frac{1}{12} 0.1^4 = 8.33e - 6 \text{ m}^4 \quad (\text{Ec. 4.17})$$

La ley de tensión equivalente en la sección media se obtiene de la siguiente manera:

$$\sigma_{(x=0.5)} = \frac{M_{(x=0.5)}}{I} (\text{punto medio sección, dir. } x) = \frac{4.167e5}{8.33e-6} 0.05 = 25e8 \frac{\text{N}}{\text{m}^2} \quad (\text{Ec. 4.18})$$

Este valor será utilizado en la comparativa para validar los resultados de los métodos emprados.

4.2. Resolución a partir de Elementos Finitos

Siguiendo las medidas de los perfiles normalizados se han creado y trabajado todos los perfiles con el modelo de elementos finitos, para comparar el resultado con el método analítico, solo se mostrará la elaboración de una sección, ya que el procedimiento seguido para las otras rebanadas han sido los mismos, solo se mostraran los resultados. En este caso se ha seleccionado la sección cuadrada maciza. En el anexo B encontraremos todos los otros perfiles generados, el procedimiento para la creación de perfiles y volúmenes se ha realizado con el software de CAD SolidWorks.

Primero de todo debemos dibujar en CAD el elemento a estudiar en este caso una viga cuadrada maciza de sección 0.01x0.01m y longitud 1m.

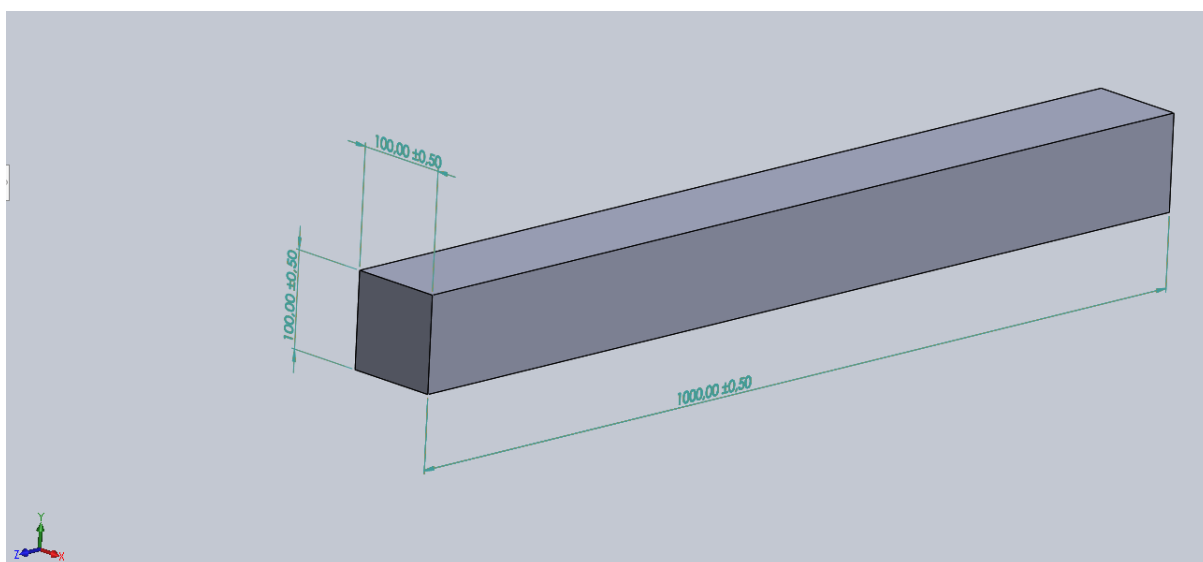


Figura 4.5: Dimensiones objeto a estudiar

Una vez tenemos el CAD lo exportamos a Ansys para imponer y realizar el cálculo con elementos finitos.

Una vez tenemos la geometría, a esta se le designa un material, en este caso acero con las siguientes propiedades mecánicas:

- $E = 2e11$ Pa
- $\nu = 0.3$
- $G = E/(2(1+\nu))$ Pa
- $\rho = 7850e-3$ kg/m³
- Limite elastico: 250MPa

Seguidamente se tiene que elaborar el mallado, donde imponemos una malla de 0.005m, con elementos hexaédricos.

4.2.1 Empotramiento

En la figura 4.6 y 4.7 podemos ver las condiciones de contorno impuestas, la carga repartida, 0,2 MN, y el empotramiento impuesto.

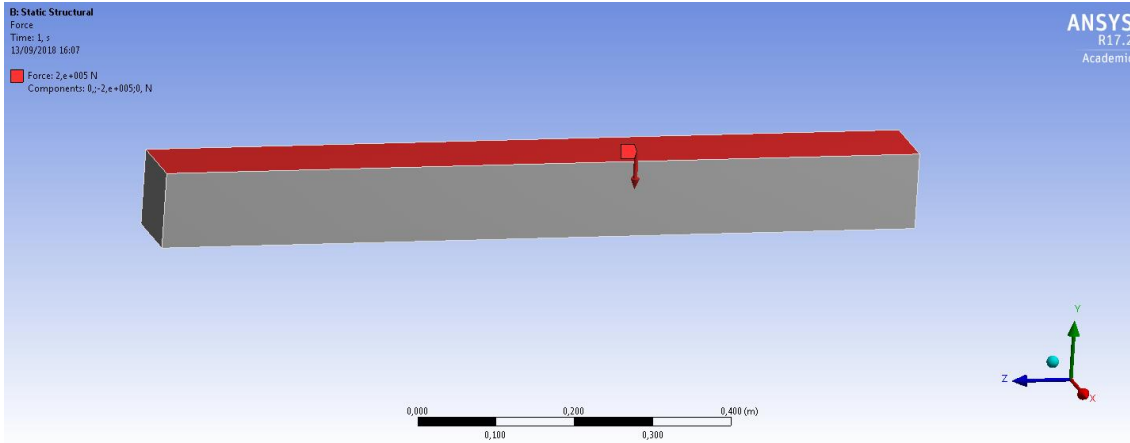


Figura 4.6: condición de contorno: Fuerza

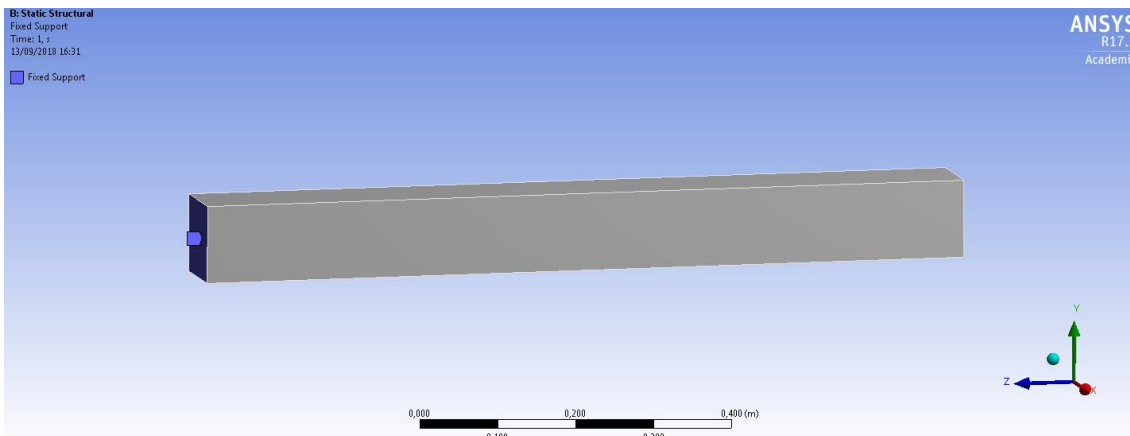


Figura 4.6: condición de contorno: Empotramiento

Donde no tenemos en cuenta la gravedad ya que en el cálculo analítico tampoco la hemos tenido en cuenta. Teniendo en cuenta solo el tiempo de cálculo, y que tenemos 80000 elementos, rondamos los 21s para este problema. Los resultados obtenidos han sido los siguientes:

Desplazamiento en dirección del eje de las Z, máx.:0,001 m:

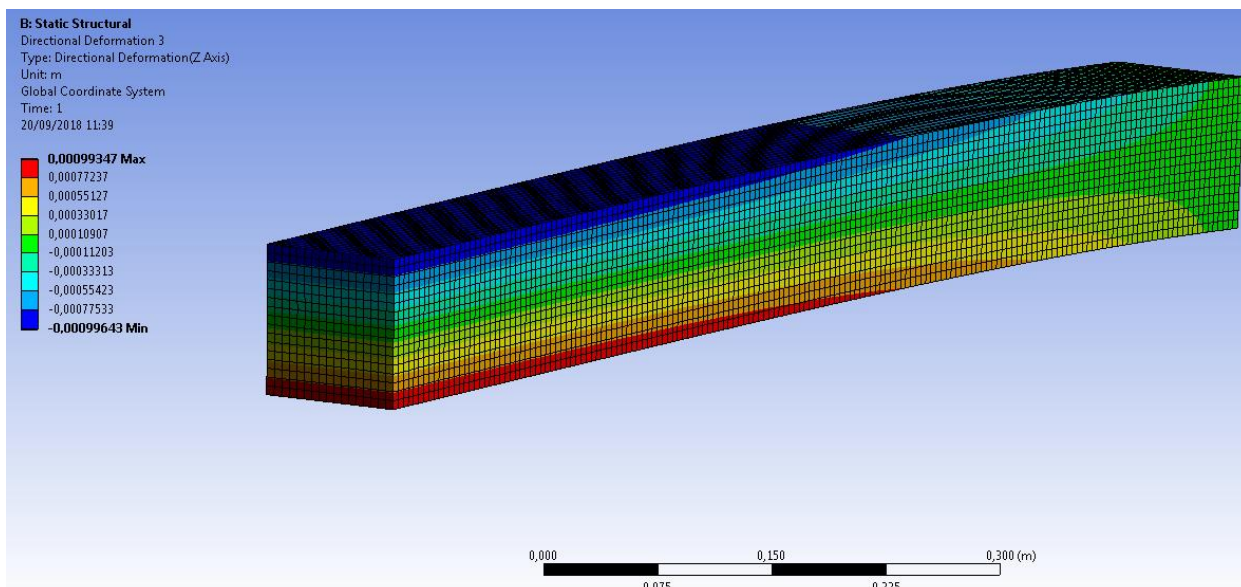


Figura 4.7: Desplazamiento en Z, empotramiento

En esta imagen vemos que existe una simetría de desplazamiento según la directriz de la viga, pero con signos cambiados: la parte superior con desplazamiento en sentido positivo, y la parte inferior, desplazamiento en sentido negativo, de forma que nos queda una ley lineal, con desplazamiento nulo en la directriz

Desplazamiento en dirección del eje de las Y, máx.: 0.015 m:

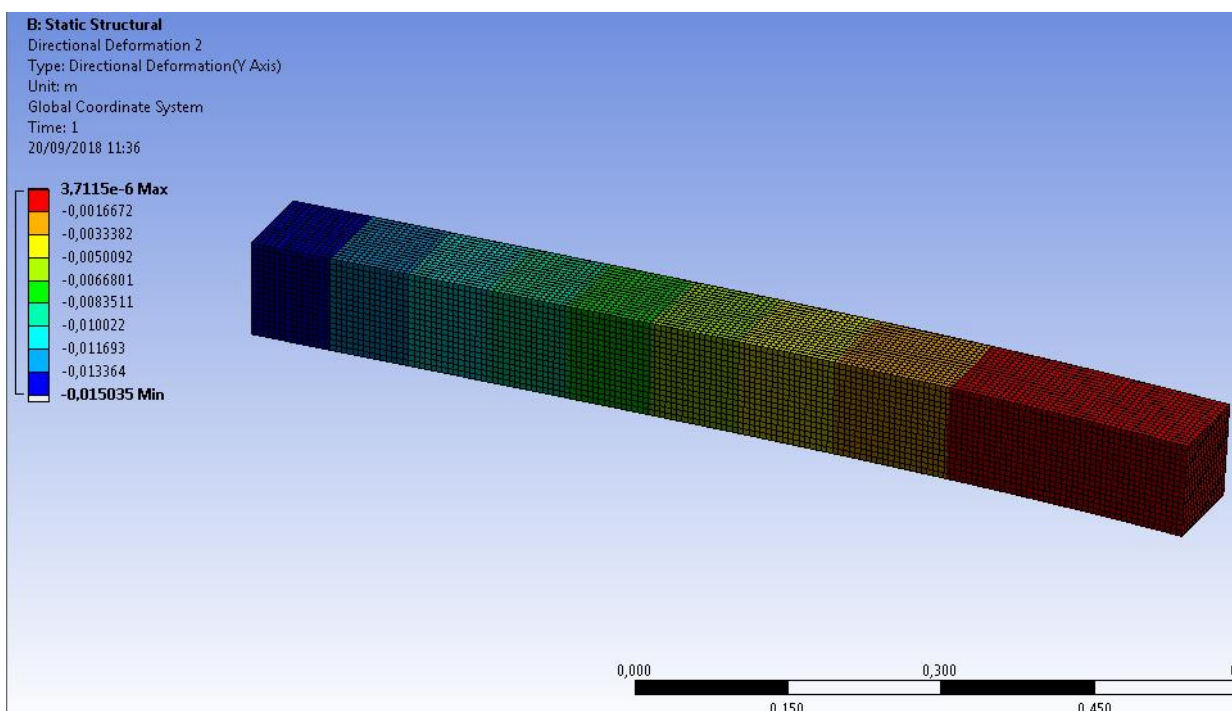


Figura 4.8: Desplazamiento en Y, empotramiento

Vemos que los desplazamientos verticales son iguales en todos los puntos de una sección dada.

La combinación de ambos movimientos nos permite decir que, en una sección plana perpendicular al eje previa a la carga, permanece plana después de la carga, ya que en Z, la sección gira entorno a un eje perpendicular al estado plano, y en Y, se produce un descenso uniforme de toda la sección. Esto se puede reafirmar viendo la imagen de deformación de la viga.

Tensiones:

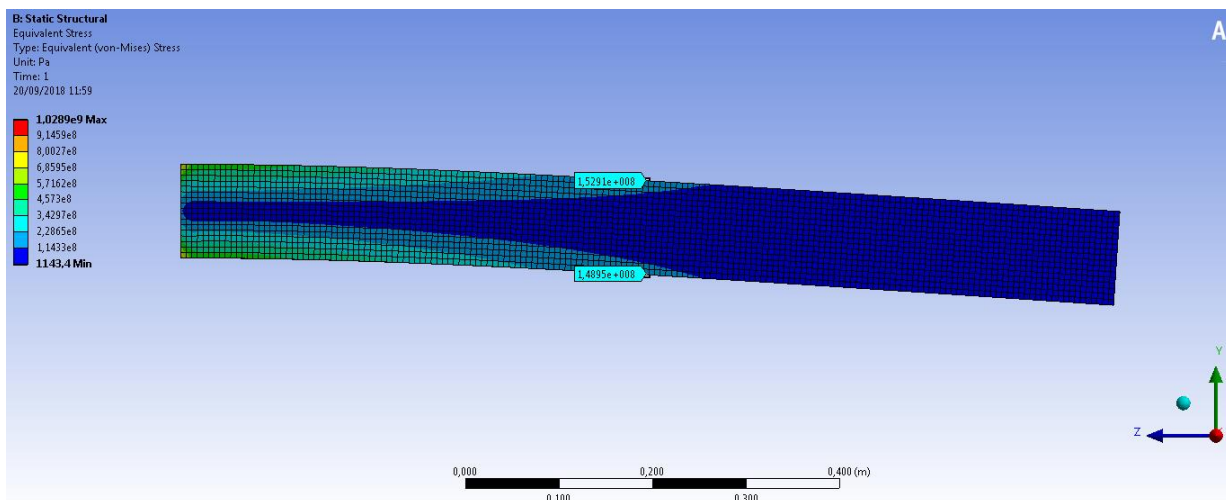


Figura 4.9: Estado tensional, cuadrado macizo, empotramiento

En esta imagen se puede apreciar que se obtiene aproximadamente el mismo resultado que lo que se obtiene en el método analítico y para una sección dada, la ley de tensiones es: lineal, con simetría central en el punto de intersección de la sección con el eje de la viga, la existencia de la fibra neutra, los valores máximos de tensión, en valor absoluto, se obtienen en los puntos más alejados al eje, correlación de tensiones con momentos flectores.

Para poder hacer comparaciones reales, se ha definido la sección media de la viga para comparar los valores de las tensiones, con los otros métodos. Ya que según el principio de Saint-Venant (donde se explica en el apartado 2.1.3.3) los resultados de los extremos pueden conformar distorsión, con lo que es preferible seleccionar una zona relativamente alejada.

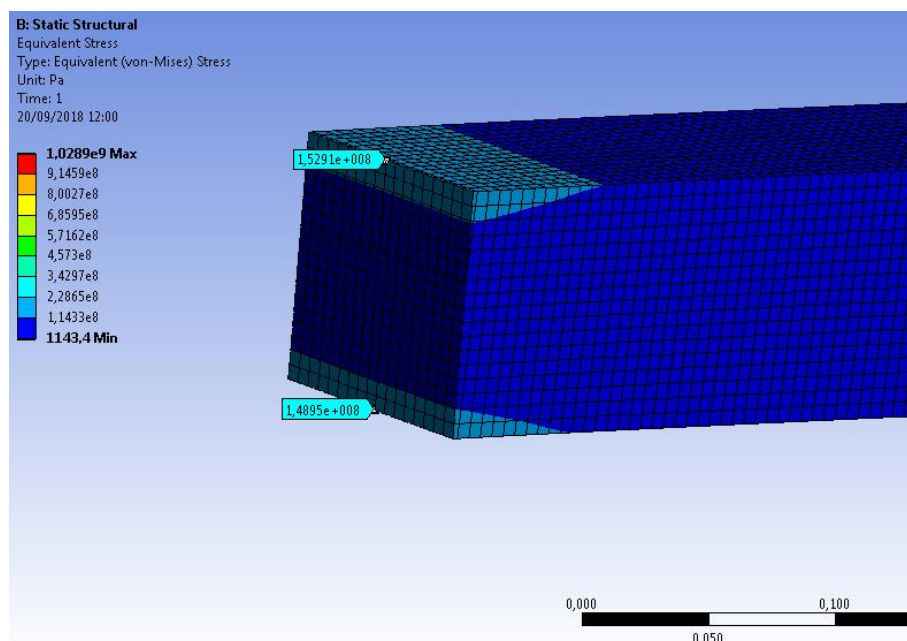


Figura 4.10: Tensión en la sección media, empotramiento

Se tiene que tener en cuenta que el Ansys no dispone de una opción predefinida para sacar el valor de la tensión de $x = 0.5\text{m}$, con lo que ha sido un poco dificultoso sacar este valor. El corte de la sección está afectado por la deformación de la viga, con lo que no es un corte recto sino con inclinación, de aquí que los dos valores (arriba y abajo) sean distintos, así que se ha sacado la media de los 2 valores, 150.93 MPa, este valor será utilizado en la comparativa, donde observaremos los otros valores de los cálculos y valoraremos el tiempo de calculo invertido, respecto el numero d'elementos.

4.2.2 Bi-empotramiento

En la figura 4.11 y 4.12 podemos ver las condiciones de contorno impuestas, la carga repartida, 10 MN, y el bi-empotramiento.

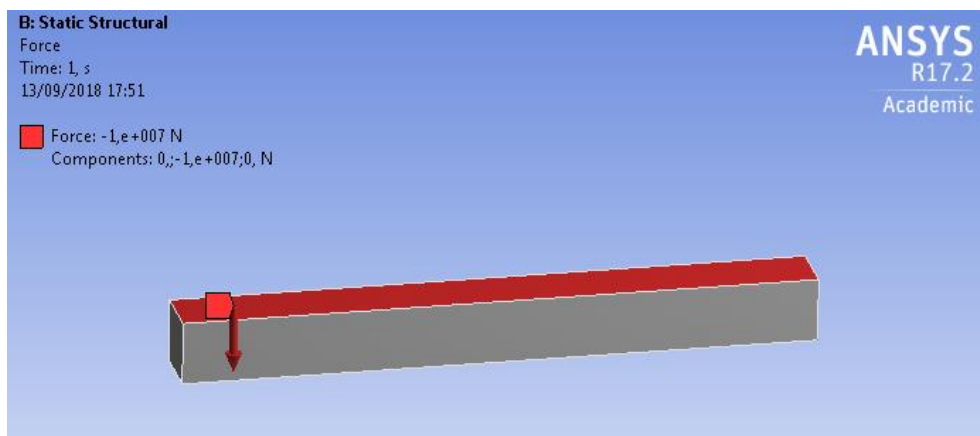


Figura 4.11: Condición de contorno: Fuerza $-1e7N$

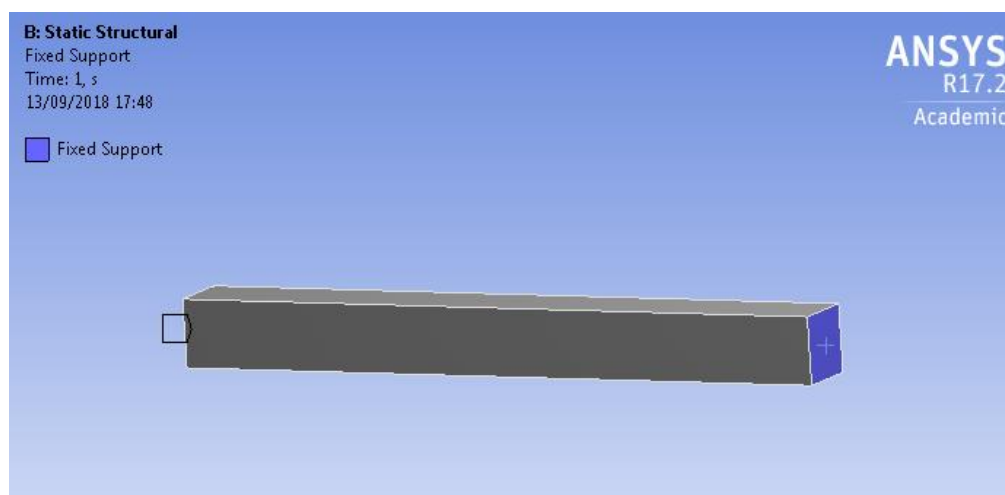


Figura 4.12: Condición de contorno: Bi-empotramiento

Donde no tenemos en cuenta la gravedad ya que en el cálculo analítico tampoco la hemos tenido en cuenta. Teniendo en cuenta solo el tiempo de cálculo, rondamos los 20s para este problema. Los resultados obtenidos han sido los siguientes:

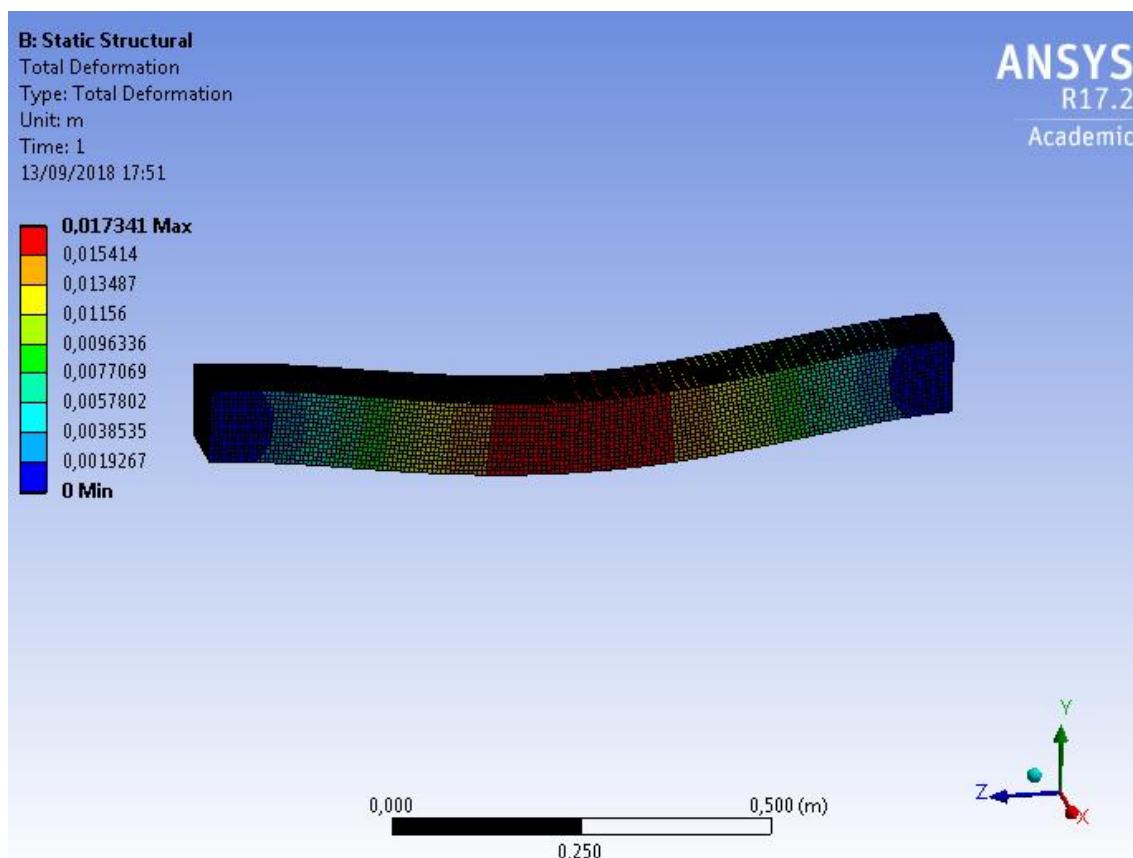


Figura 4.13: Desplazamiento viga cuadrada maciza

Como podemos observar el punto de encuentro del desplazamiento es el punto medio de la longitud de la viga, obvio ya que tenemos dos empotramientos en los extremos que nos limitan el desplazamiento. El desplazamiento encontrado ha sido de 0.017m.

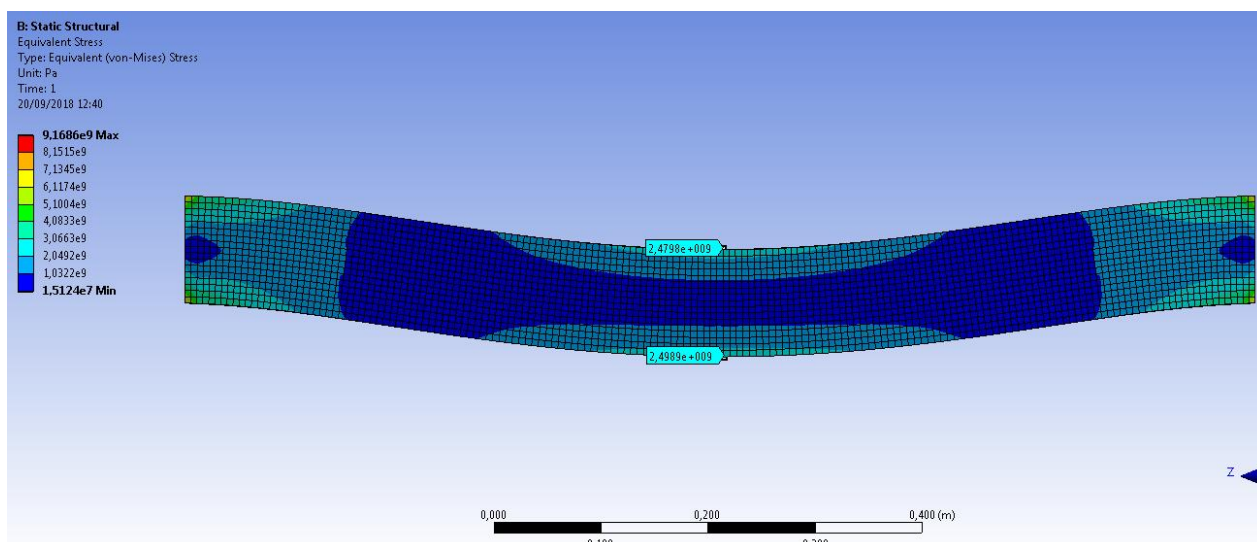


Figura 4.14: Estado tensional de la viga cuadrada maciza

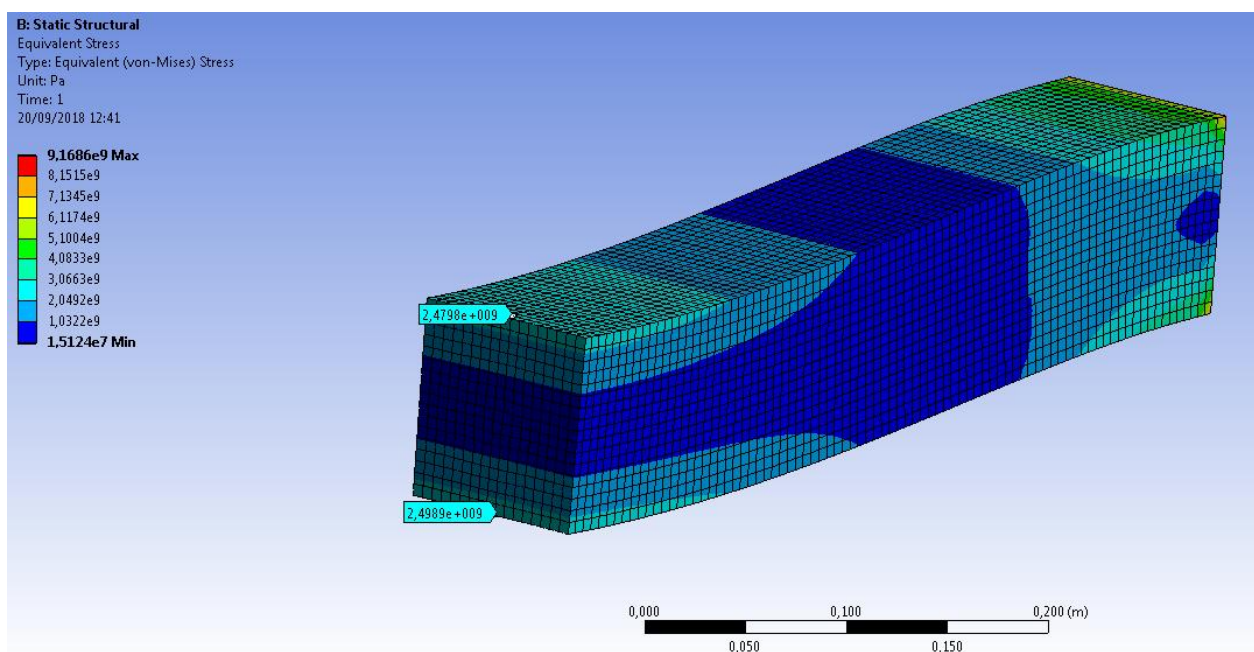


Figura 4.15: Tension de la sección media de la viga maciza cuadrada

Como se ha comentado en el apartado 4.2.1 existe dificultad a la hora de sacar los valores de la sección $x=0.5\text{m}$, el valor ha sido: 2489.3 MPa, este valor será utilizado en la comparativa, donde observaremos los otros valores de los cálculos y valoraremos el tiempo de calculo invertido, respecto el numero d'elementos.

4.2.3 Estados tensionales perfil IPE

Los estados tensionales del perfil IPE serán mostrados con el fin de poderlos comparar con el ejemplo de la reducción dimensional, empezando por el primer problema planteado igual que el perfil cuadrado macizo, el empotramiento:

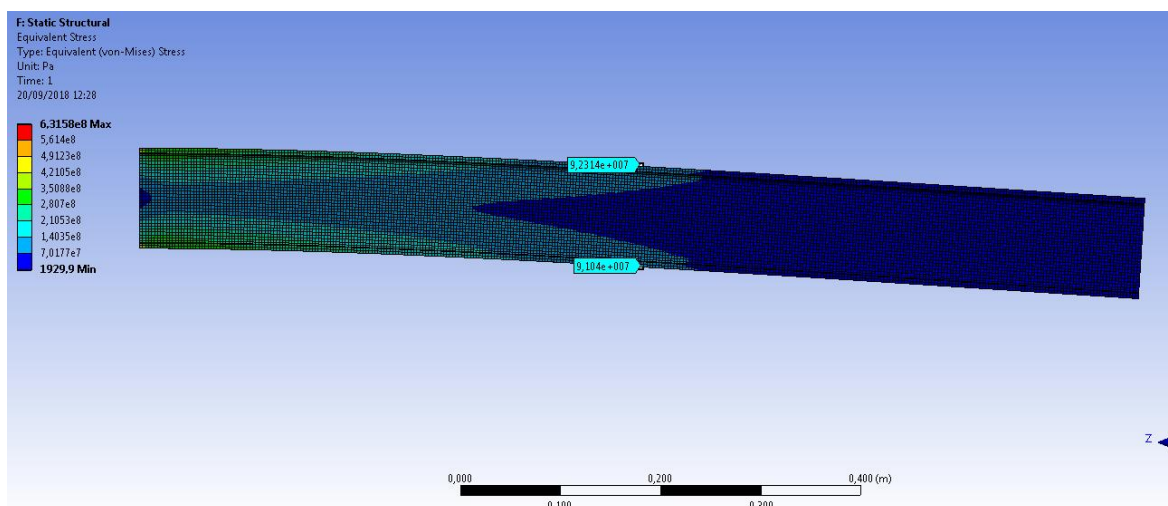


Figura 4.15: Estado tensional de la viga IPE, empotramiento

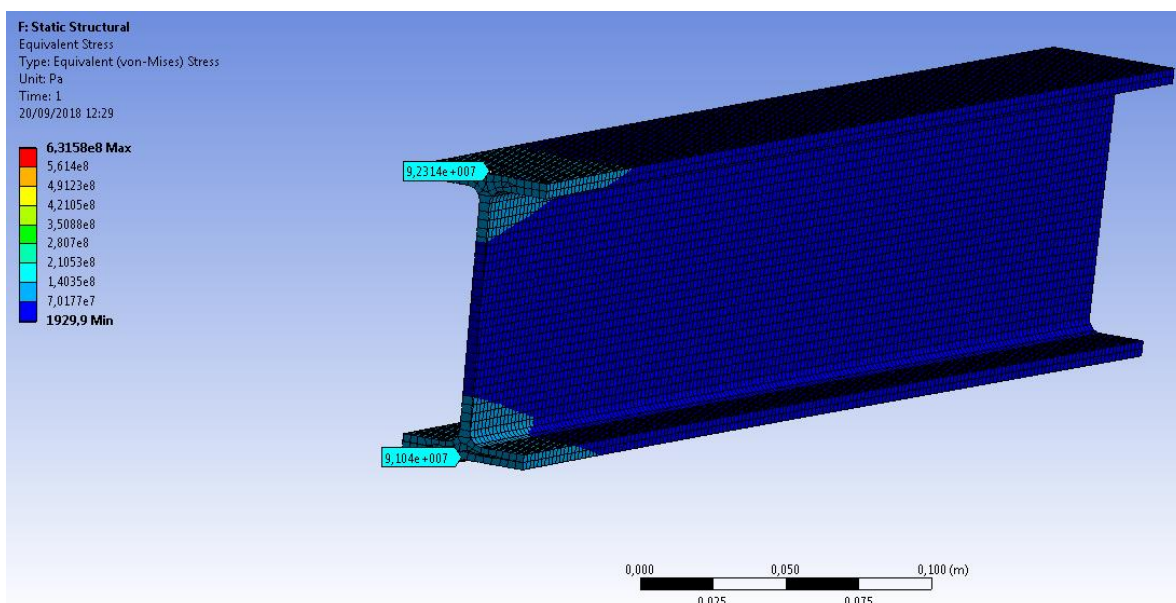


Figura 4.16: Tensión de la sección media de la viga IPE, empotramiento

Teniendo en cuenta que el perfil IPE tiene 40000 elementos, registrando un tiempo de calculo de 23s, la viga se deforma 0.01m y como se ha comentado en el apartado 4.2.1 existe dificultad a la hora de sacar los valores de la sección $x=0.5m$, el valor ha sido: 91.67 MPa, este

valor será utilizado en la comparativa, donde observaremos los otros valores de los cálculos y valoraremos el tiempo de calculo invertido, respecto el numero d'elementos.

Siguendo conel segundo problema planteado igual que el perfil cuadrado macizo, el bi-empotramiento:

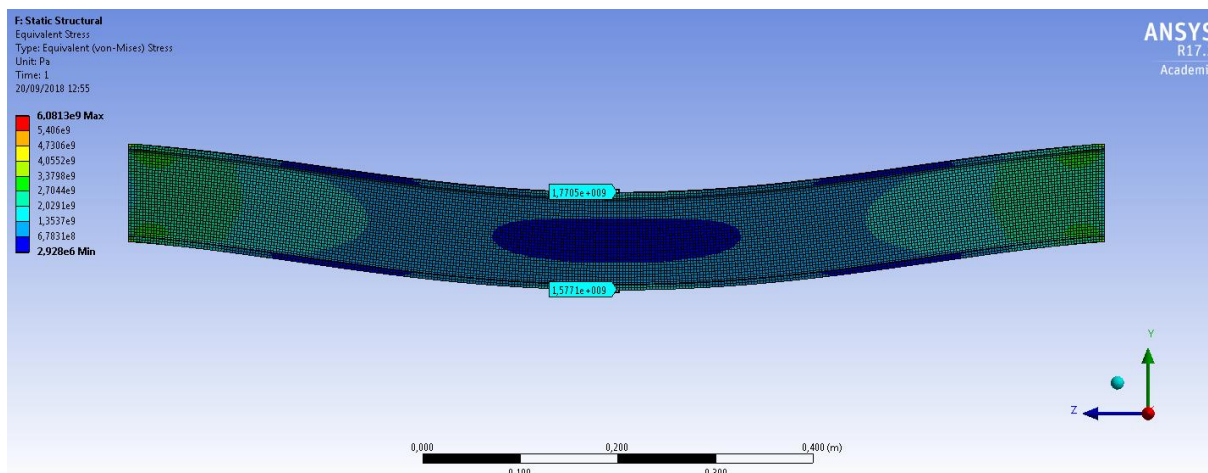


Figura 4.17: Estado tensional de la viga IPE, bi-empotramiento

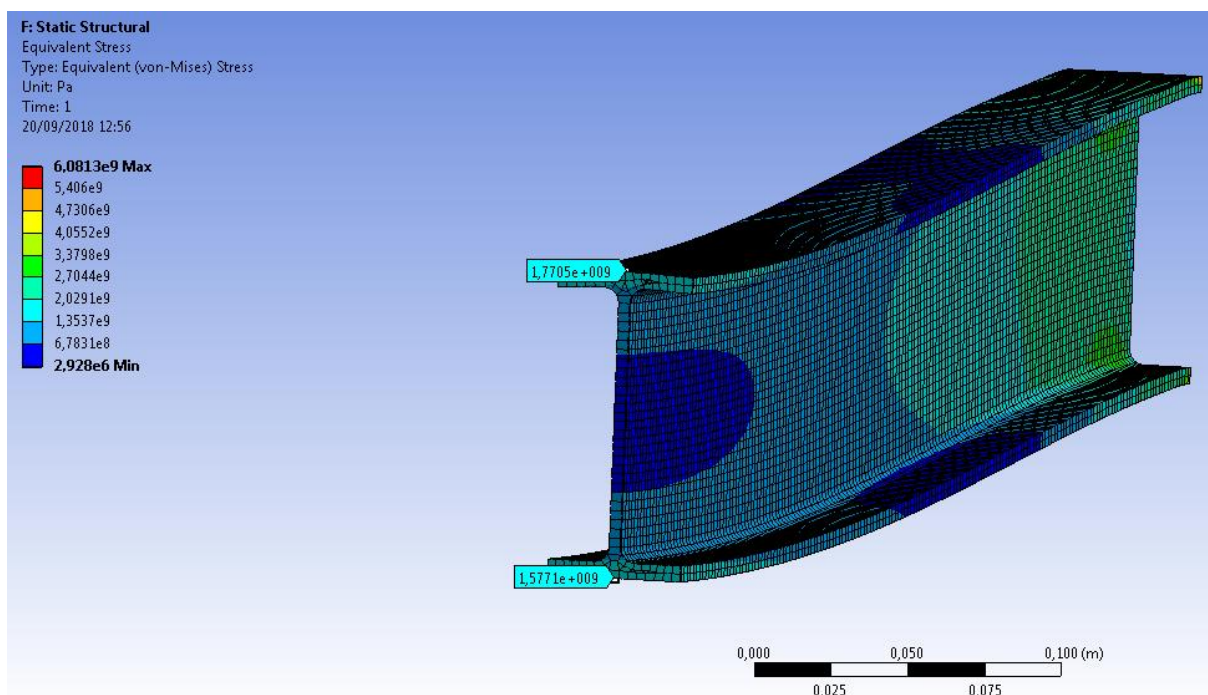


Figura 4.18: Tensión de la sección media de la viga IPE, bi-empotramiento

Teniendo en cuenta que se ha registrado un tiempo de 23s, la viga se deforma 0.0142m y como se ha comentado en el apartado 4.2.1 existe dificultad a la hora de sacar los valores de la sección $x=0.5\text{m}$, el valor ha sido: 1673.8 MPa, este valor será utilizado en la comparativa, donde

observaremos los otros valores de los cálculos y valoraremos el tiempo de calculo invertido, respecto el numero d'elementos.

En el anexo B, encontraremos los ficheros de cálculo y capturas de pantalla emprados para calcular todas las distintas secciones comentadas, donde se pueden abrir con el software comercial Ansys y chequear todos los resultados, en todo caso encontraremos los resultados aislados en el apartado 5, donde podremos ver la comparativa y reflejar las diferencias.

4.3. Resolución a partir de Reducción Dimensional

El objetivo de esta sección es presentar los resultados y analizarlos desde el criterio de ingeniería. Además, se realizará una revisión rápida de las herramientas de post-procesamiento.

4.3.1 Herramientas de post-procesamiento

Visualizar los resultados de una manera adecuada para facilitar su interpretación es una parte muy importante de la ingeniería. Por lo tanto, se han implementado herramientas prácticas de post-procesamiento en el GID para comprender mejor el resultado de estas simulaciones.

Una de las herramientas computacionales baratas implementadas es la posibilidad de visualizar la malla unidimensional, que corresponde a la línea directiva del haz. Ofrece una manera rápida de visualizar las deformaciones sin necesidad de una CPU potente. Las herramientas adicionales incorporaron bien esa sinergia con la malla 1D son los diagramas de estrés. De hecho, se ha implementado una opción que permite ver los momentos de flexión, las fuerzas de cizalla, el valor de los criterios de rendimiento de Von Mises para cada sector y otros. Un ejemplo de las múltiples posibilidades, tenemos representada la flexión en el eje z de la viga bi-empotrada en la figura 4.19.



Figura 4.19: Momento en el eje Z de la viga bi-empotrada

GID simplemente post-procesa las superficies laterales 3 (superior) y 4 (inferior) el procesamiento posterior es computacionalmente más económico y las deformaciones aún se pueden ver claramente; de lo contrario, la visualización del resultado sería mucho más dura y lenta. ¿Qué pasa si uno quiere ver la malla tridimensional completa? El programa Matlab presenta la posibilidad de permitir al usuario elegir qué dominios deben imprimirse en 3D.

Además de eso, esta decisión puede ser cedida al programa y seleccionará las secciones más solicitadas según el criterio de rendimiento de Von Mises. Por ejemplo, si uno quisiera imprimir las 50 primeras secciones más solicitadas en el caso del Empotramiento Simple, nos enseñara las 49 secciones anexas al empotramiento ya que serán las más solicitadas en este contexto, por definición la primera y la última siempre las muestra, el post-proceso se vería como Figura 4.20.

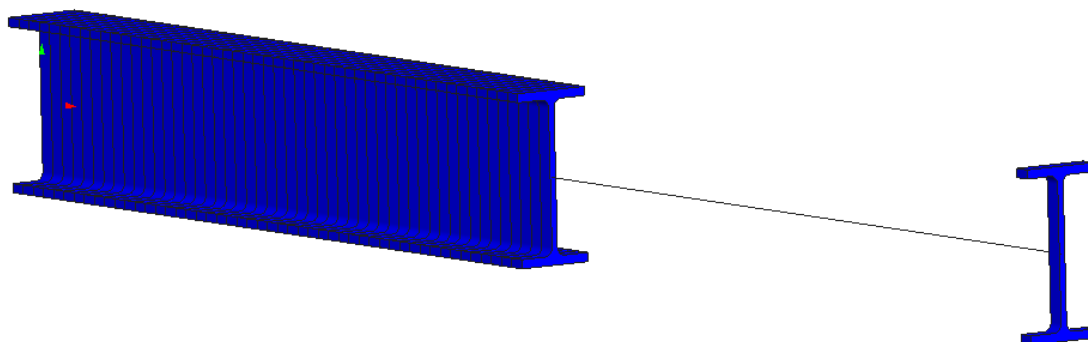


Figura 4.20: 50 secciones en el caso de empotramiento simple más solicitadas

Además de las curvas de nivel de esfuerzos y desplazamientos, se ha implementado un proceso posterior que calcula el estrés de Von Mises para cada elemento de los dominios impresos tridimensionales, una característica que es muy útil para la fortaleza de los ingenieros especializados en materiales.

Además de esto, existe una opción de procesamiento posterior que proporciona la posibilidad de imprimir los vectores de la carga repartida. La Figura 4.21 es solo un ejemplo de cómo estas fuerzas de tracción y compresión se visualizan en el procesamiento posterior.

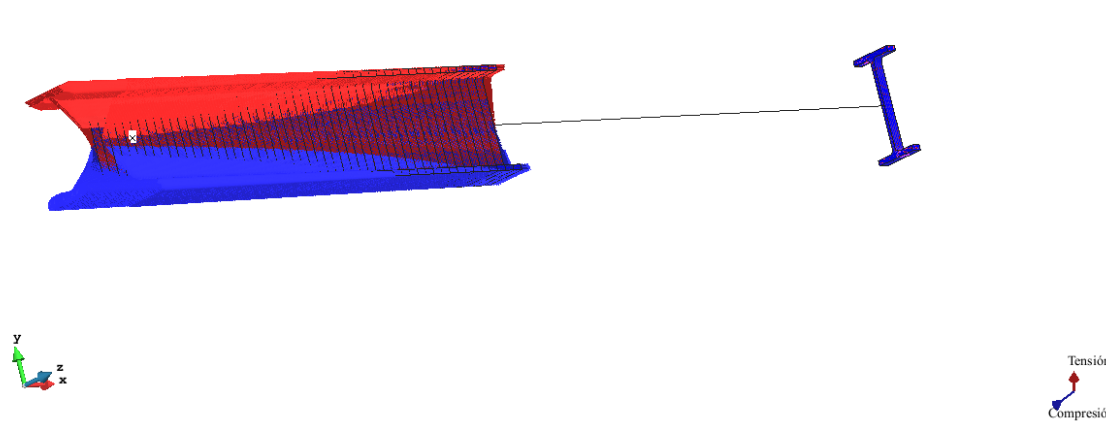


Figura 4.21: Fuerzas de tracción y compresión viga IPE, Empotramiento

4.3.2 Resultados Obtenidos

Empotramiento IPE

En este caso la viga de sección IPE como hemos comentado en secciones anteriores, se le impone un empotramiento en el extremo izquierdo y el otro extremo libre, con una carga repartida a lo largo de toda su pared superior (núm. 3) la cual equivale a 20 KN hacia la dirección $-y$, en la figura 4.22 mostramos su desplazamiento que aproximada mente es de 1cm y en la figura 4.23 mostramos las tensiones obtenidas. La tensión seleccionada para comparar los resultados se ha definido la sección central, ya que por el principio de Saint-Venant no se puede escoger los extremos por una cuestión de distorsión de resultados, así que el valor obtenido para la sección central ha sido de unos 94,841 MPa. En la figura 4.25 podemos observar la tensión encontrada en $x=0.5m$.

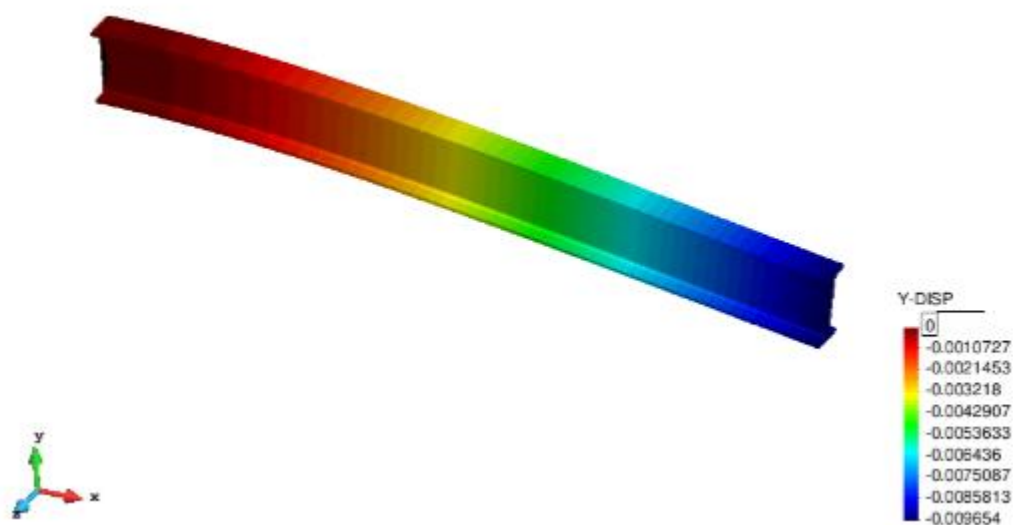


Figura 4.22: Desplazamiento en y, viga IPE, empotramiento

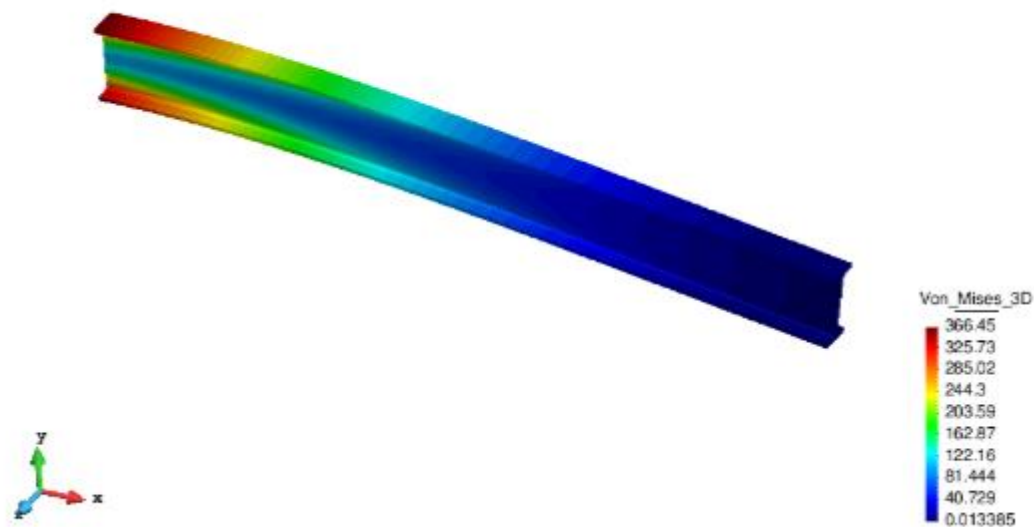


Figura 4.23: Tensiones viga IPE, empotramiento

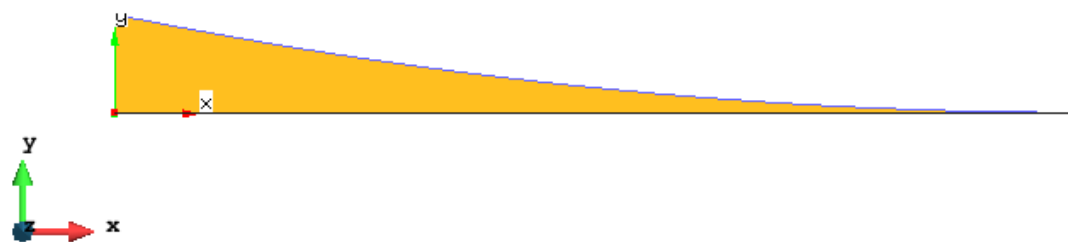


Figura 4.24: Diagrama de momentos a lo largo de la viga IPE, empotramiento

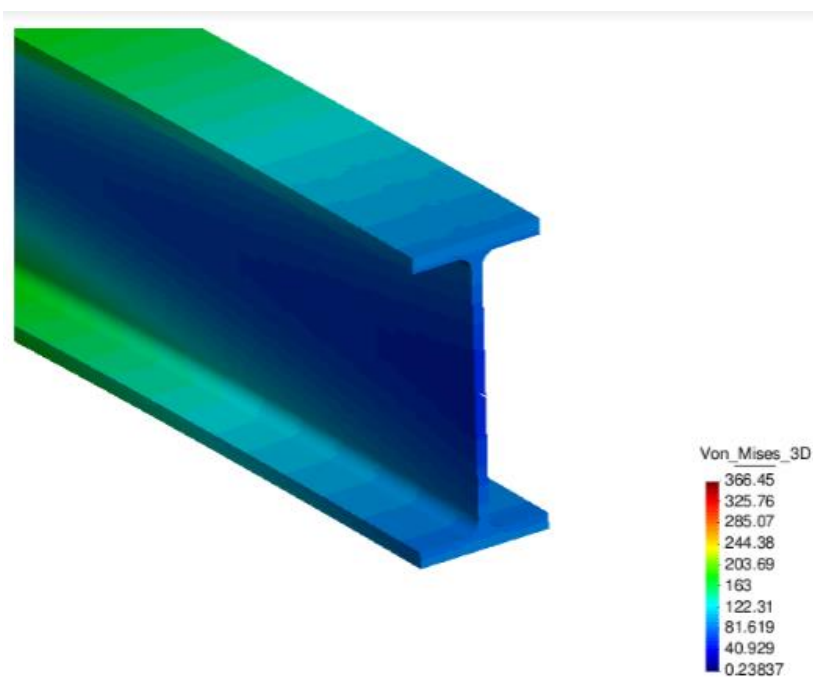


Figura 4.25: Tensión en $x=0.5m$ viga IPE, empotramiento

Estos valores serán utilizados en la comparativa, sección 5, donde observaremos los otros valores de los cálculos y valoraremos el tiempo de calculo invertido, respecto el numero d'elementos.

Bi-empotramiento IPE

En este caso la viga de sección IPE como hemos comentado en secciones anteriores, se le impone un empotramiento doble, en el extremo izquierdo extremo derecho, con una carga repartida a lo largo de toda su pared superior (núm. 3) la cual equivale a 1 MN hacia la dirección $-y$, en la figura 4.26 mostramos su desplazamiento que aproximada mente es de 1.41cm y en la figura 4.28 mostramos las tensiones obtenidas. La tensión seleccionada para comparar los resultado se ha definido la sección central, como se ha explicado en el apartado anterior, el valor obtenido para la sección central ha sido de unos 1538.3 MPa. En la figura 4.27 podemos observar la distribución de momentos a lo largo de la viga.

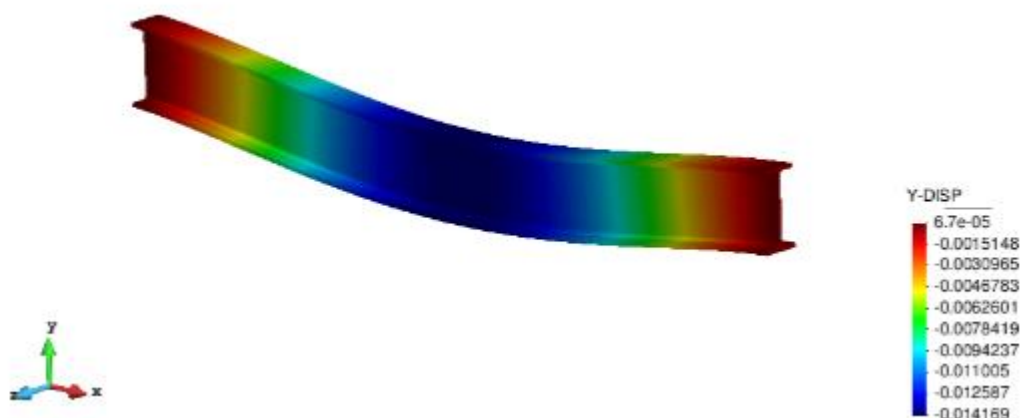


Figura 4.26: Desplazamiento en y, viga IPE, bi-empotramiento



Figura 4.27: Diagrama de momentos a lo largo de la viga IPE, bi-empotramiento

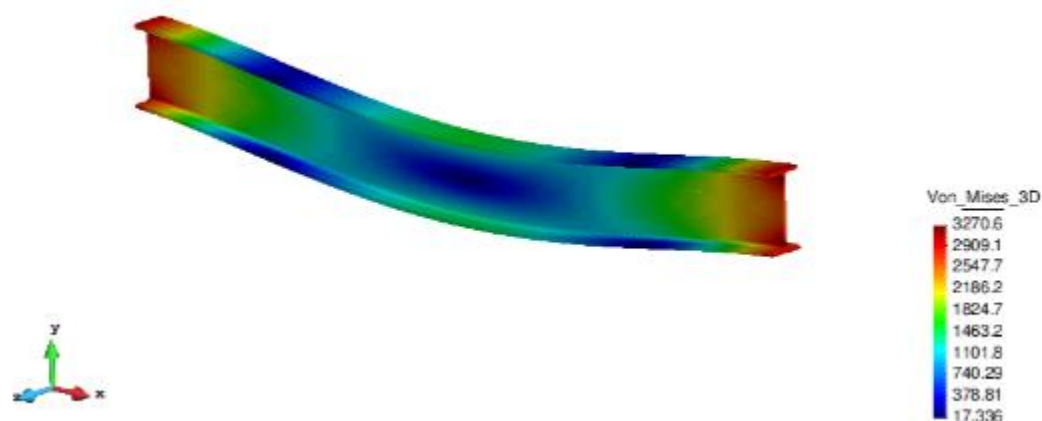


Figura 4.28: Tensiones viga IPE, bi-empotramiento

Estos valores serán utilizados en la comparativa, sección 5, donde observaremos los otros valores de los cálculos y valoraremos el tiempo de calculo invertido, respecto el numero d'elementos.

Empotramiento Cuadrado macizo

En este caso la viga de sección cuadrada maciza como hemos comentado en secciones anteriores, se le impone un empotramiento en el extremo izquierdo y el otro extremo libre, con una carga repartida a lo largo de toda su pared superior (núm. 3) la cual equivale a 0,2MN hacia la dirección $-y$, en la figura 4.29 mostramos su desplazamiento que aproximada mente es de 1,52 cm y en la figura 4.30 mostramos las tensiones obtenidas. La tensión seleccionada para comparar los resultados se ha definido la sección central, ya que por el principio de Saint-Venant no se puede escoger los extremos por una cuestión de distorsión de resultados, así que el valor obtenido para la sección central ha sido de unos 151,3 MPa. En la figura 4.31 podemos observar la tensión encontrada en $x=0.5m$. En esta sección encontraremos la misma distribución de momentos que el del ejemplo con la sección IPE (ver Fig. 4.24)

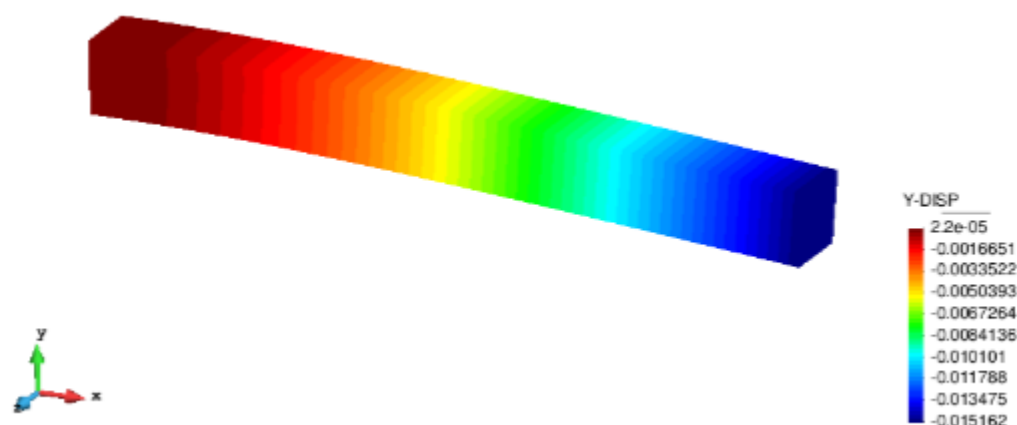


Figura 4.29: Desplazamiento en y, viga cuadrada maciza, empotramiento

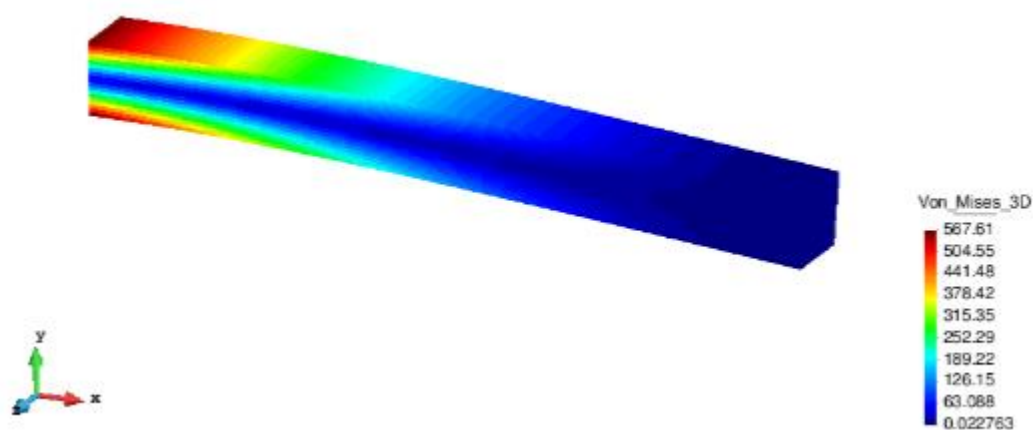


Figura 4.30: Tensiones viga cuadrada maciza, empotramiento

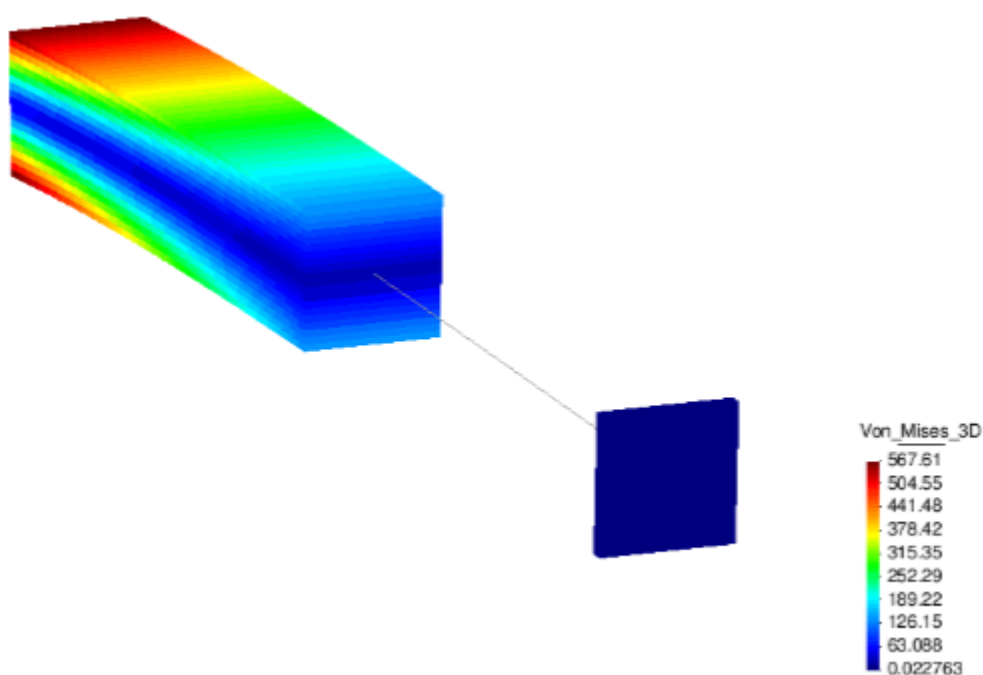


Figura 4.31: Tensión en $x = 0.5m$ viga cuadrada maciza, empotramiento

Estos valores serán utilizados en la comparativa, sección 5, donde observaremos los otros valores de los cálculos y valoraremos el tiempo de calculo invertido, respecto el numero d'elementos.

Bi-empotramiento Cuadrado macizo

En este caso la viga de sección cuadrada maciza como hemos comentado en secciones anteriores, se le impone un empotramiento doble, en el extremo izquierdo extremo derecho, con una carga repartida a lo largo de toda su pared superior (núm. 3) la cual equivale a 10MN hacia la dirección $-y$, en la figura 4.32 mostramos su desplazamiento que aproximada mente es de 1.7cm y en la figura 4.33 mostramos las tensiones obtenidas. La tensión seleccionada para comparar los resultado se ha definido la sección central, como se ha explicado en el apartado anterior, el valor obtenido para la sección central ha sido de unos 2436.3 MPa. En esta sección encontraremos la misma distribución de momentos que el del ejemplo con la sección IPE (ver Fig. 4.27).

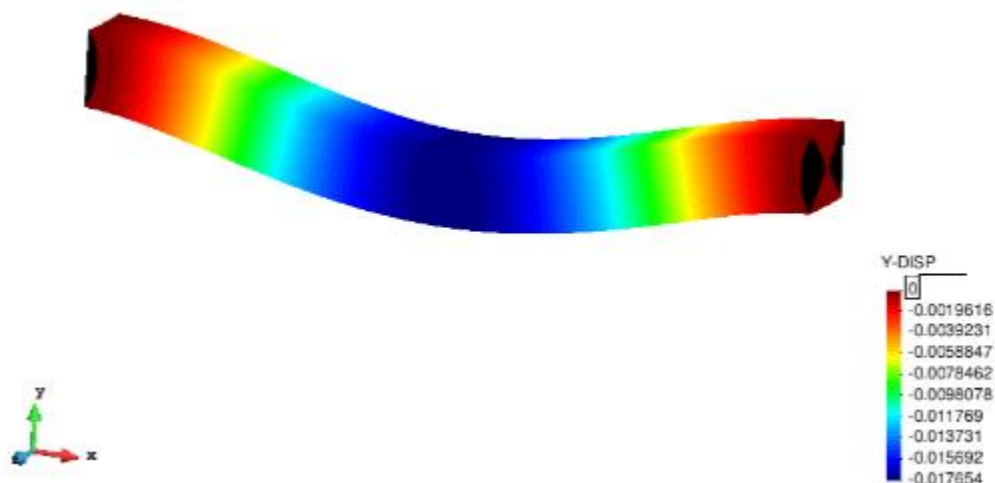


Figura 4.32: Desplazamiento en y, viga cuadrada maciza, bi-empotramiento

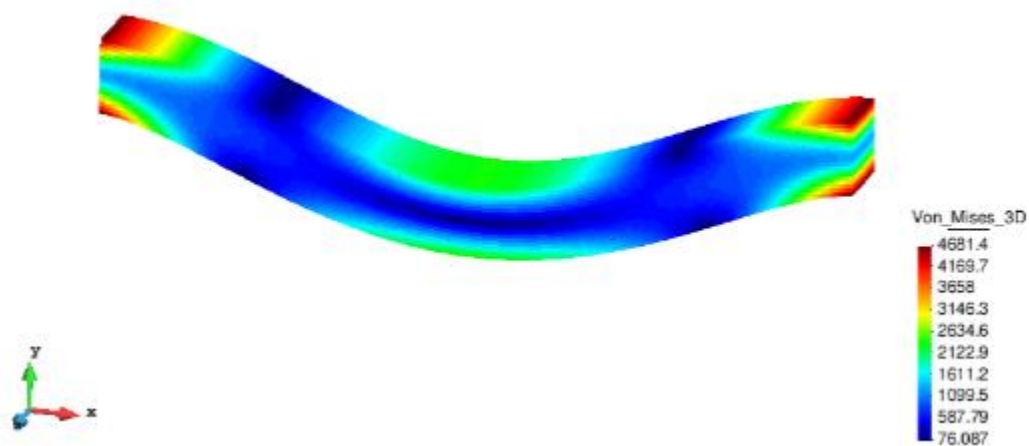


Figura 4.33: Tensiones viga cuadrada maciza, bi-empotramiento

Estos valores serán utilizados en la comparativa, sección 5, donde observaremos los otros valores de los cálculos y valoraremos el tiempo de calculo invertido, respecto el numero d'elementos.

En el anexo B, encontraremos los ficheros de cálculo y capturas de pantalla emprados para calcular todas las distintas secciones comentadas, donde se pueden abrir con el software comercial GiD y chequear todos los resultados, en todo caso encontraremos los resultados aislados en el apartado 5, donde podremos ver la comparativa y reflejar las diferencias.

5. Análisis de resultados y tiempos

En este apartado se compararán los valores numéricos con el fin de corroborar que el resultado es óptimo y lo más importante se compararán los tiempos de cálculos invertidos por cada método (Ansys y Reducción Dimensional), donde esperemos sacar buenas conclusiones para la Reducción Dimensional.

5.1. Comparativa corroboración

En este apartado se compararán los resultados obtenidos analíticamente, con los resultados obtenidos computacionalmente con el fin de corroborar los resultados obtenidos, en la siguiente tabla 5.1 se muestran los resultados juntos.

Tabla 5.1: Comparativa de los 3 métodos para el perfil cuadrado macizo

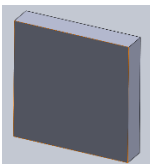


Método	Empotramiento		Bi-empotramiento	
	Desplazamiento máx. (m)	Tensión (Mpa) ($x=0,5$)	Desplazamiento máx. (m)	Tensión (Mpa) ($x=0,5$)
Analítico	0,015	150	0,016	2500
Ansys	0,015	150,93	0,0173	2489,3
Reducción Dimensional	0,0152	151,3	0,017	2436,3

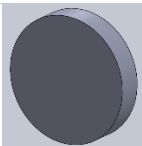
Como podemos ver los resultados obtenidos computacionalmente concuerdan con las predicciones hechas analíticamente, con un error en los desplazamientos del 1.3% y de 0.86%, en el caso del Empotramiento, en las tensiones podemos decir que es suficientemente acorado, tenemos que tener en cuenta que la idea del nuevo método es reducir el problema, en lugar de exigir más precisión, a favor de una resolución más rápida. No obstante el tiempo de cálculo analítico no se puede calcular, aparte de que depende de cada persona, estos softwares nos dan múltiples informaciones acerca del problema plantado (deformaciones múltiples, tensiones múltiples,...) con lo que podemos decir que evidentemente son infinitamente más rápidos respecto el cálculo analítico.

5.2. Comparativa Computacional

En este apartado se compararán los resultados obtenidos en Ansys respecto la reducción dimensional con el fin de valorar no los resultados en sí, ya que ya se ha corroborado antes, sino más bien los tiempos empleados en hacer el cálculo de dichos problemas, donde los podemos comparar en la tablas mostradas a continuación. Recordemos que las dimensiones de todas las vigas corresponden a 1m de longitud.

Tabla 5.2: Comparativa de resultados y tiempos

	Empotramiento			Bi-empotramiento		
Método	Desplazamiento máx. (m)	Tensión (MPa) (x=0,5)	Tiempo de cálculo (s)	Desplazamiento máx. (m)	Tensión (MPa) (x=0,5)	Tiempo de cálculo (s)
Ansys	0,015	150,93	21	0,017	2489,3	20
Reducción Dimensional	0,0152	151,3	0,1	0,017	2436,3	0,1
	Empotramiento			Bi-empotramiento		
Método	Desplazamiento máx. (m)	Tensión (MPa) (x=0,5)	Tiempo de cálculo (s)	Desplazamiento máx. (m)	Tensión (MPa) (x=0,5)	Tiempo de cálculo (s)
Ansys	0,017	185,5	26	0,01	537,14	23
Reducción Dimensional	0,017	170	0,1	0,01	538,79	0,1
	Empotramiento			Bi-empotramiento		
Método	Desplazamiento máx. (m)	Tensión (MPa) (x=0,5)	Tiempo de cálculo (s)	Desplazamiento máx. (m)	Tensión (MPa) (x=0,5)	Tiempo de cálculo (s)
Ansys	0,01	91,677	23	0,0142	1673,8	23
Reducción Dimensional	0,01	94,841	0,1	0,0141	1538,3	0,1

	Empotramiento			Bi-empotramiento		
Método	Desplazamiento máx. (m)	Tensión (MPa) (x=0,5)	Tiempo de cálculo (s)	Desplazamiento máx. (m)	Tensión (MPa) (x=0,5)	Tiempo de cálculo (s)
Ansys	0,01275	123,15	26	0,0143	2115,1	25
Reducción Dimensional	0,0128	129	0,1	0,0145	2081	0,1

Como se ha comentado en el apartado 4.2.1 existe dificultad a la hora de sacar los valores de la sección media en Ansys, donde puede que estos valores tensionales tengan un poco de distorsión, no obstante observamos una buena correlación, los resultados de desplazamientos y tensiones de las diferentes secciones concuerdan unas con otras, teniendo que tener en cuenta que la idea del nuevo método es reducir el problema, en lugar de exigir más precisión, a favor de una resolución más rápida así que cuando nos fijamos en el tiempo de cálculo ahí es donde observamos la principal diferencia, concordando con el fin del nuevo método.

Tenemos que tener en cuenta que no se puede hacer una comparación directa ya que no estamos hablando de los mismos números de elementos por un tema de licencias en el software Ansys, no obstante este pequeño problema es suficiente para poder extrapolar los resultados y hacer una comparación.

Teniendo en cuenta que el cálculo realizado para el perfil IPE en Ansys es equivalente a 40000 elementos, limitado por la licencia, y que el cálculo realizado para el mismo con el nuevo método ha sido de 6000 (elementos una rebanada)*100(# rebanadas) = 600000 elementos, aquí es donde realmente observamos la rapidez del cálculo, es decir los tiempos medidos para la resolución con Ansys tendrían que haberse hecho con el mismo números de elementos, con lo que nos hubiesen salido unos tiempos muy superiores a los mostrados, en Ansys, no obstante aun así el nuevo método nos demuestra su rapidez teniendo un mayor número de elementos en su computación. Es decir, donde estamos hablando de que el cálculo mediante reducción dimensional es 20000 veces más rápido, extrapolando los datos haciendo una comparativa directa con el método tradicional de elementos finitos, al aumentar el número de elementos por un factor de 10, el tiempo requerido es probable que aumente $10^2 = 100$

veces, esto es, pasaría de 20 segundos a 2000 segundos (30 minutos) en contraposición de los 0,1 s registrados con el nuevo método, con lo que nos podemos hacer una idea de lo que pasaría con un problema mucho más complejo y de más dimensiones y con más elementos.

Como hemos dicho 20000 veces más rápido es algo que ahorraría mucho tiempo empleado, por otro lado también debemos tener en cuenta que el nuevo método optimiza al máximo el post-proceso, y al gusto del consumidor, es decir la visualización de los resultados cosa que facilitaría aún más a los procesadores más pobres para poder elaborar el cálculo.

Debemos de pensar que el requerimiento de un equipo potente más el requerimiento de un tiempo largo, es equivalente a una cuantiosa cantidad de dinero, con lo que teniendo en cuenta todas las ventajas de la Reducción Dimensional equivaldría a disminuir cuantiosamente esa cantidad. Eso es debido como se ha explicado en el apartado 3.3 gracias al modelo de reducción dimensional.

Análisis del impacto ambiental

Actualmente es muy importante valorar el impacto ambiental de cualquier proyecto. Más aún si se tiene en cuenta que el proyecto tiene posibles previsiones de comercialización del software. Se tiene que tener consciencia de todo lo que se genera y de que influencia tiene en el medio, así como posibles impactos en las generaciones futuras.

Para el desarrollo de este trabajo se ha dedicado muchas horas en la simulación y computación, eso se traduce en un uso de electricidad para el funcionamiento del PC, podríamos valorar también la iluminación y climatización de la sala donde se han elaborado todos los cálculos así como el material básico de oficina. Esto puede parecer que no tiene importancia, pero esto es el impacto que se podría considerar básico o inevitable, pero es evidente cual tiene más importancia, el uso de la electricidad.

Teniendo en cuenta que el factor que genera más impacto ambiental de este proyecto ha sido la electricidad se puede concluir que este proyecto genera un impacto directamente muy positivo en el medio ambiente, teniendo en cuenta que el nuevo software presentado en el trabajo reduciría el tiempo de cálculo 20000 veces respecto el software más utilizado actualmente. Es evidente que esto repercute directamente en una reducción drástica de electricidad y por lo tanto reduce el impacto ambiental que esta provoca.

También se puede analizar desde el punto de vista del coste de la maquinaria computacional, del cual se demuestra en este proyecto que podemos hacer cálculos con un procesador computacional de características muy inferiores a las requeridas hasta ahora, esto podría repercutir en el uso de materiales y maquinaria más ergonómicos.

Conclusiones

Este trabajo se basa completamente en un modelo todavía en desarrollo que consiste en una técnica de reducción dimensional de un problema computacional de alta dimensión (modelizado de orden reducido). Esto se hace usando el método de descomposición de dominios y un algoritmo de aprendizaje.

El proceso completo de entrenamiento, aprendizaje y resolución ha resultado ser extremadamente más rápido que un programa clásico de elementos finitos teniendo en cuenta el orden de magnitud en la cantidad de elementos finitos utilizados. Se ha concluido que el método de orden reducido es 20000 veces más rápido que el software más usado actualmente, teniendo una repercusión económica directa, la cual se puede subdividir en 2:

- Tiempo empleado para la elaboración de las simulaciones, es evidente los beneficios que repercuten a esta ventaja, posibilidad de realizar más simulaciones en un tiempo menor con lo que repercute directamente en el tiempo de un ingeniero para realizarlas, como el coste de este. También en la electricidad requerida para ello y sus efectos de generarla.
- Coste de maquinaria específica para la computación, el nuevo método reduce en gran medida el tamaño de renderizado que requiere un equipo tanto para el cálculo como para la visualización en el post-proceso, esto es una gran ventaja teniendo en cuenta los altísimos costes de los ordenadores con procesadores muy potentes, ya que con este software con un pc corriente podríamos elaborar un gran cálculo en comparación al software actual.

En conclusión, el algoritmo de aprendizaje basado en el modelizado de orden reducido y la descomposición del dominio ha superado con creces las expectativas, dando resultados muy aproximados con un número exorbitante de elementos en un tiempo récord. Desde mi punto de vista, este método tiene mucho potencial y es interesante seguir su evolución porque podría ser una gran contribución para el mundo de la ingeniería.

Presupuesto y/o Análisis Económica

En este apartado se agrupan los costos para llevar a cabo el trabajo, de equipos y productos utilizados durante todos los entrenamientos y procedimientos.

Coste ingeniero (30€/h):

- Horas dedicadas a la generación de modelos: 60h
- Horas dedicadas a la simulación:
 - Entrenamiento rebanada: 130h
 - Ansys: 90h
 - Orden reducido: 190h
- Horas dedicadas a la redacción: 150h

Total	620h
-------	------

Total coste ingeniero	620 x 30€/h = 18600 €
------------------------------	------------------------------

Coste maquinaria:

- Ordenador para la elaboración del trabajo:
 - Portátil HP 15-db0013ns : 500 €
- Ordenador para la computación:
 - PC SOBREMESA HP 290 G1 MT: 1000€

Total coste maquinaria	1500€
-------------------------------	--------------

Coste Licencias:

- Licencia ansys, Structural: 17000€
- Licencia SolidWorks, Standard: 5000€
- Licencia GiD educacional: 1650€
- Licencia Matlab: 2000€

Total coste licencias	25650€
------------------------------	---------------

Coste total:

· Coste del personal:	18600€
· Coste de la maquinaria:	1500€
· Coste de licencias:	25650€

Total	45750€
-------	--------

Total + 21%IVA	55357.5€
-----------------------	-----------------

Debido a que estoy a la universidad las licencias usadas han sido las proporcionadas por la universidad para el uso del alumnado, de manera que el coste ha sido nulo. , así como el ordenador utilizado para la computación de los cálculos.

Referencias

- [1] J. A. Hernández, M. A. Caicedo, and A. Ferrer. Dimensional hyper-reduction of nonlinear finite element models via empirical cubature. *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*, 313:687-722, 2017.
- [2] J. A. O. Hernandez. Multilearning artificial intelligence algorithm for reduced-order modeling. Technical report, CIMNE, Barcelona, 2018.
- [3] Miguel Cervera Ruiz, Elena Blanco Díaz. Mecánica de estructuras. *Resistencia de materiales. CPET (Centre de Publicacions del Campus Nord) La Cup. Segunda edición 2003, Barcelona.*
- [4] Luis Ortiz Berocal, Resistencia de materiales. S.A. MCGRAW-HILL/ INTERAMERICANA DE ESPAÑA. Segunda edición 2002.
- [5] Felippa and B. Haugen. Assembling Reduced-Order Substructural Models. *In Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*, pagina 15.
- [6] D. Roylance. Stresses in beams. pages 1-18, 2000.
- [7] G. Newaz, M. Mayeed, and A. Rasul. Characterization of balsa wood mechanical properties required for continuum damage mechanics analysis. 230(1):206-218, 2016.
- [8] Peter Kohnke, Ph.D. ANSYS Theory Reference 5.6. 001242. *Eleventh Edition*. SAS IP, Inc. 1999.
- [9] Huei-Huang Lee. Finite Element Simulations. Theory. Applications. Case Studies. *SDC*.2015.
- [10] GiD Home (2018). GiD Manuals. Recuperado de: <https://www.gidhome.com/support/gid-manuals/>

TRABAJO DE FIN DE GRADO

Grado en Ingeniería Mecánica

**ESTUDIO DEL COMPORTAMIENTO MECÁNICO DE VIGAS
METÁLICAS MEDIANTE TÉCNICAS DE REDUCCIÓN
DIMENSIONAL**



Anexos

Autor: Ferran Sala Piqué
Director: Eduardo Soudah Prieto
Co-Director: Joaquín Alberto Hernández Ortega

Anexo A

En este anexo encontraremos las referencias correspondientes a las tablas normalizadas correspondientes a la normativa EN 10025:2004, que se comenta en el apartado 3.1 de los perfiles normalizados, IPE, IPN, UPN, Cuadrado y Circular, entre otros los encontraremos a:

<https://ingemecanica.com/tutoriales/prontuariodeperfiles.html>

Anexo B. Resultados Ansys vs Orden Reducido

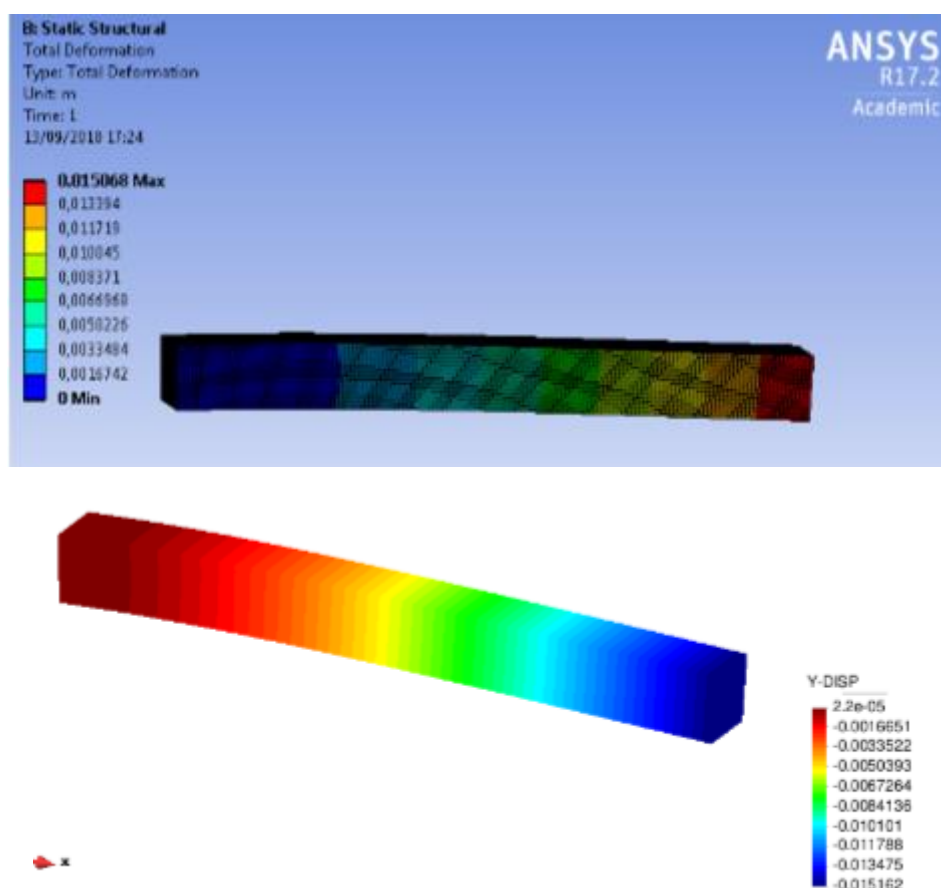
En este Anexo se recopilarán los resultados reflejados en la tabla 5.2 y en el apartado 5.2, así como los entrenamientos básicos.

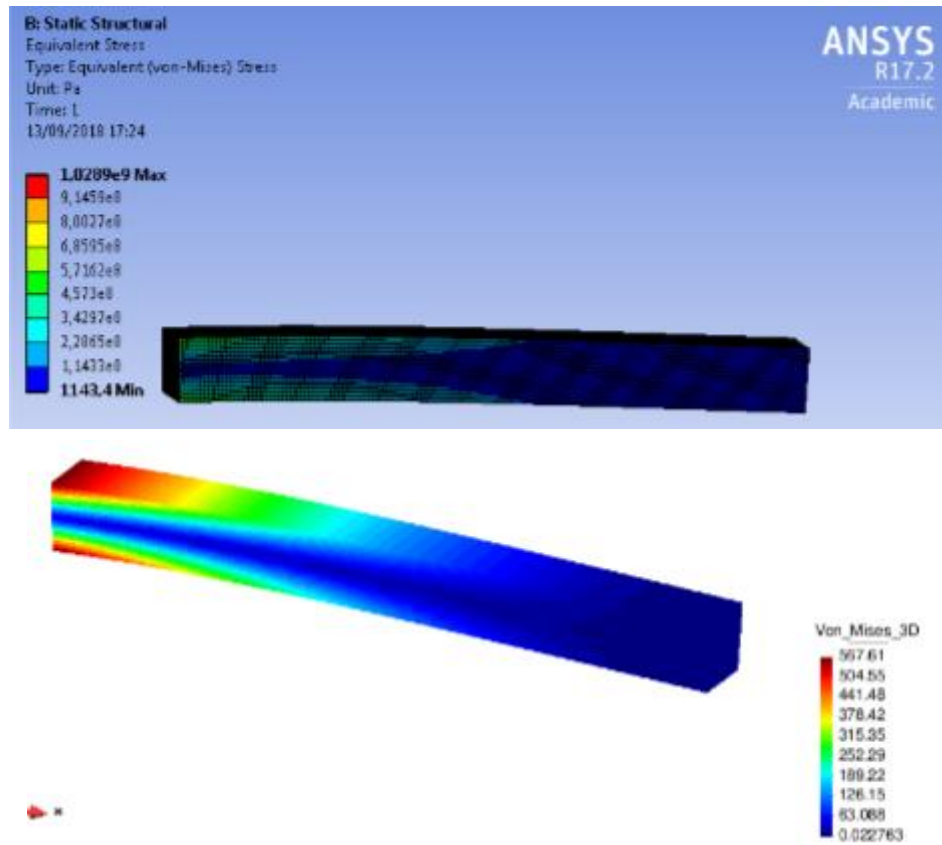
B.1 Empotramiento

En este apartado se mostrarán los resultados obtenidos para los 2 métodos, donde podremos ver los cálculos de Ansys en primera instancia y en segunda los de Orden reducido, primero los desplazamientos y seguidos de las tensiones, en este orden, expresado en metros y Pa en Ansys y MPa en Orden Reducido.

B.1.1 Sección cuadrada maciza

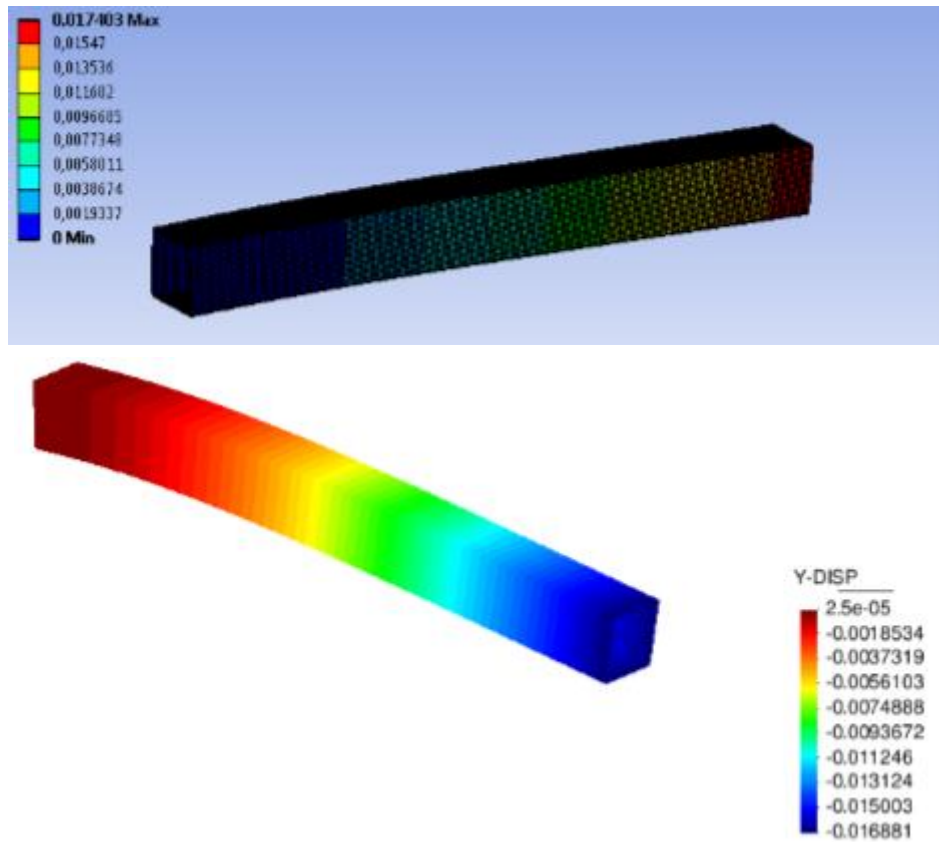
Fuerza de 0,2 MN en dirección -Y aplicada a la cara superior

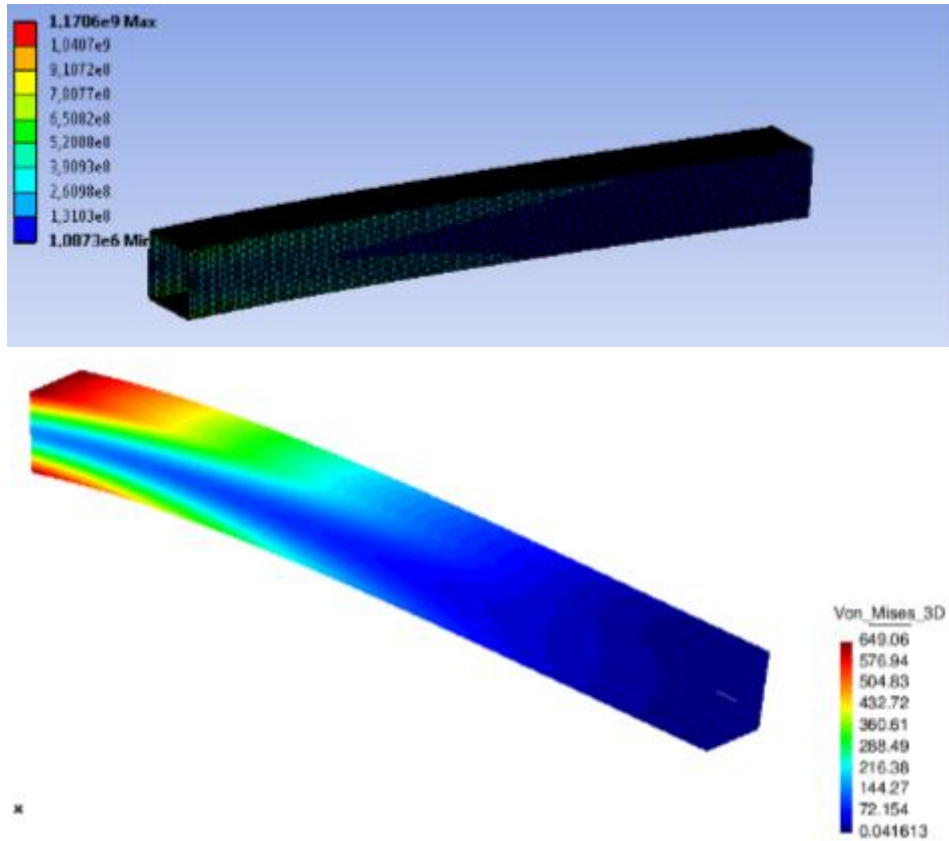




B.1.2 Sección cuadrada pared delgada

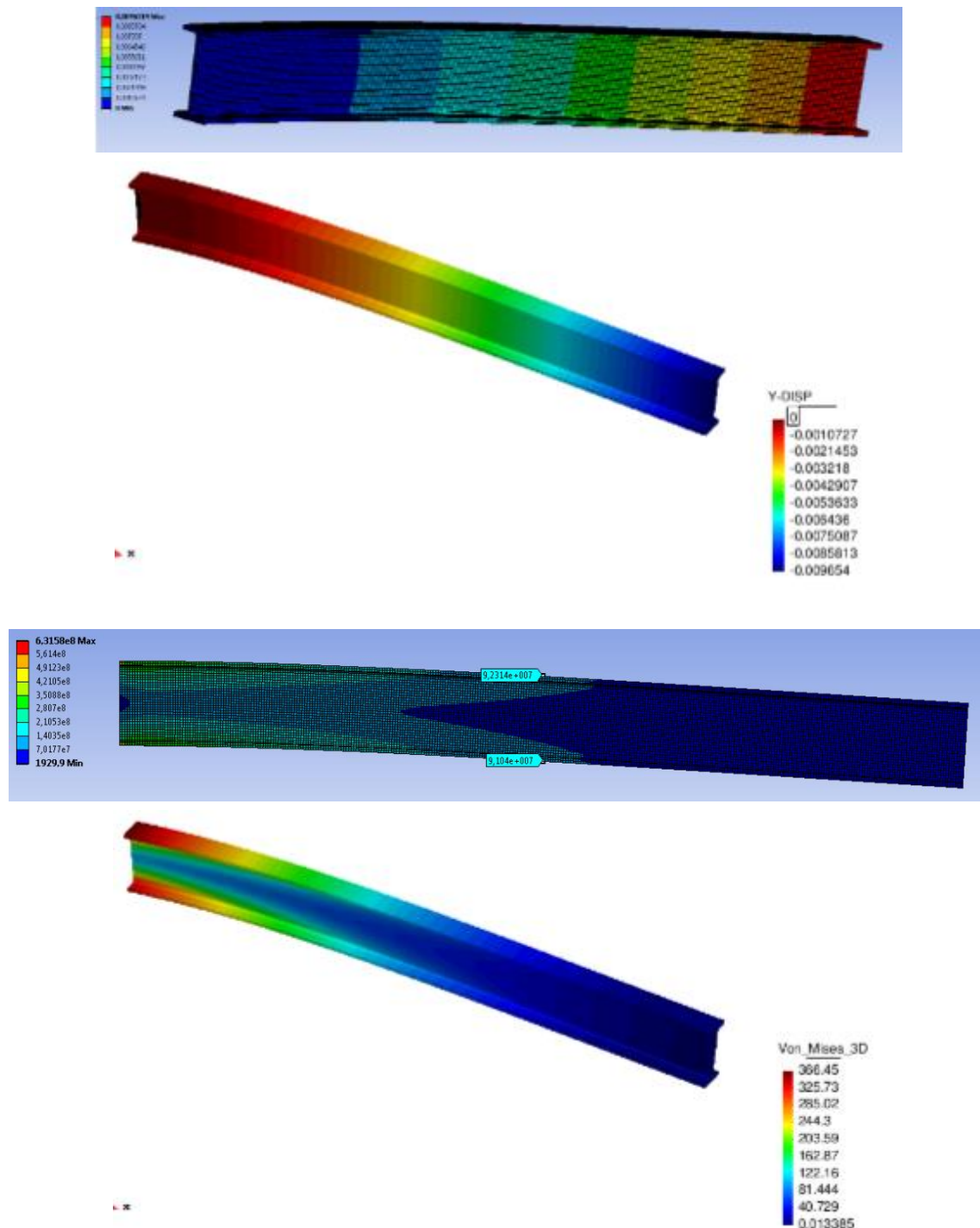
Fuerza de 50 kN en dirección -Y aplicada a la cara superior





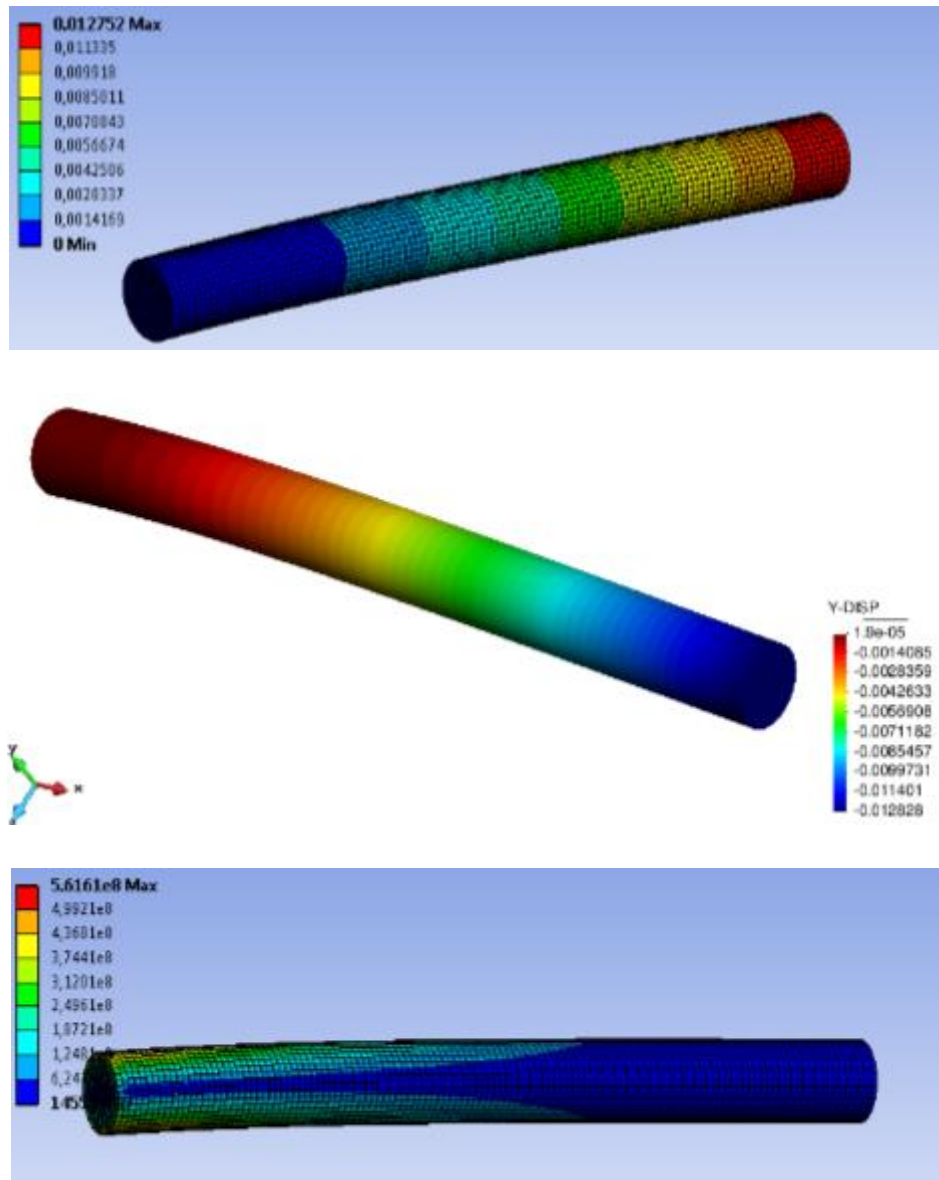
B.1.3 Sección IPE

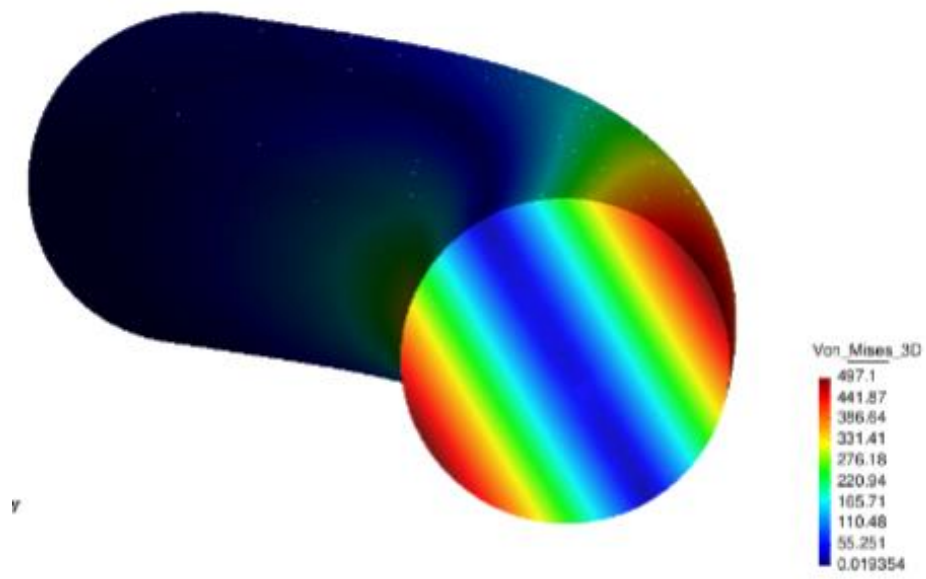
Fuerza de 20 KN en dirección -Y aplicada a la cara superior



B.1.4 Sección circular

Fuerza de 0,1 MN en dirección -Y aplicada a la cara superior

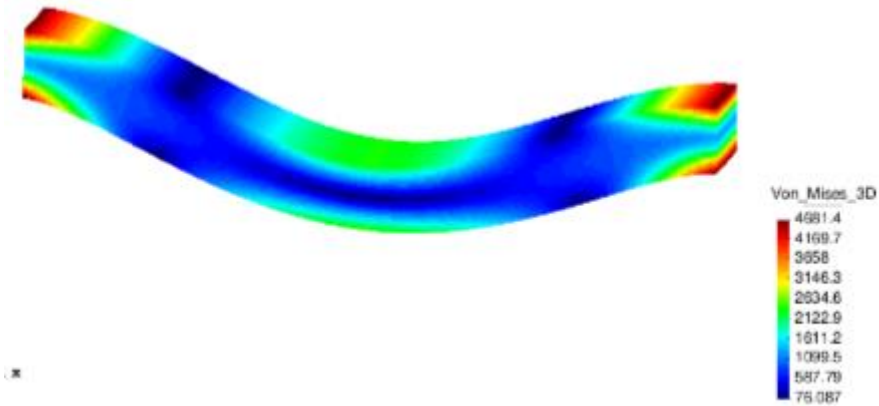
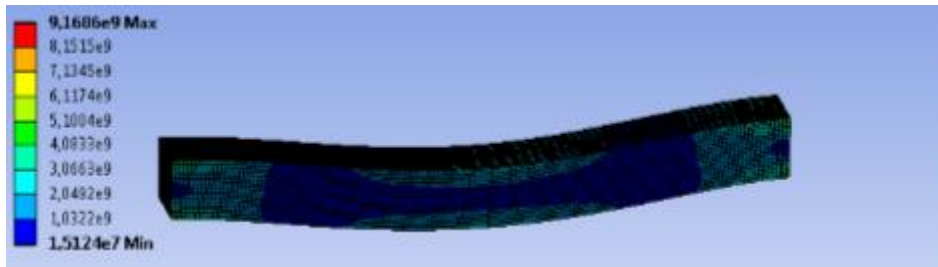
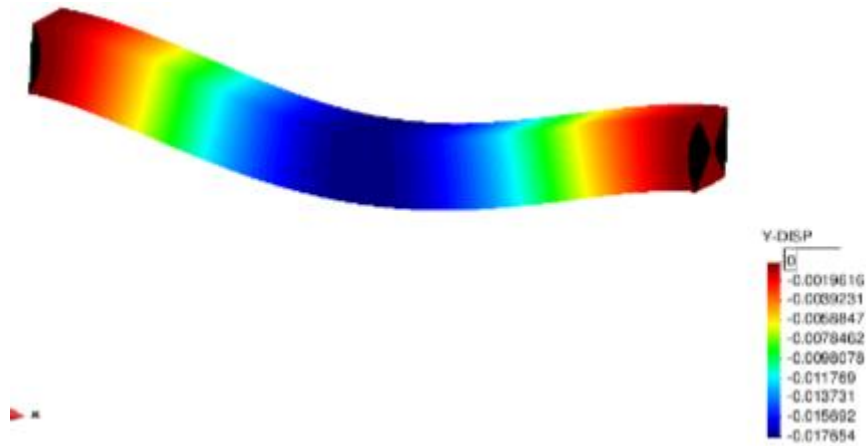
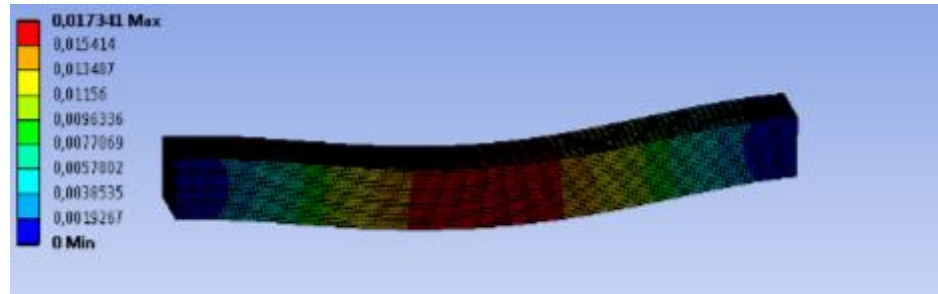




B.2 Bi-empotramiento

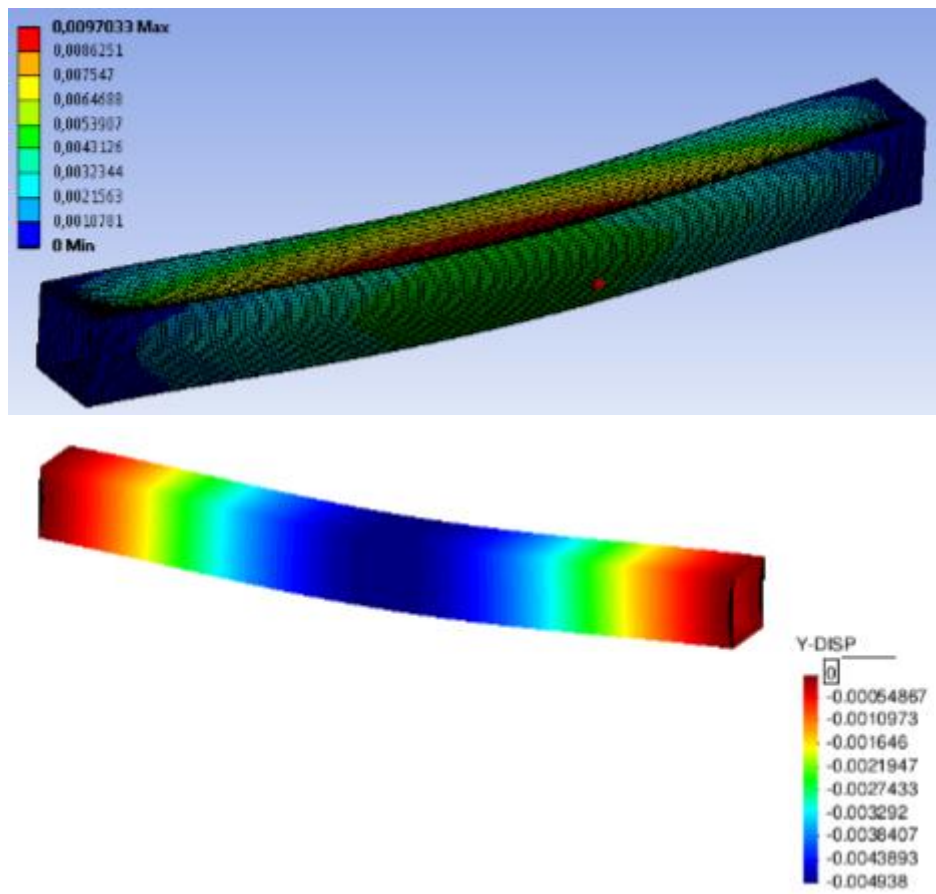
B.2.1 Sección cuadrada maciza

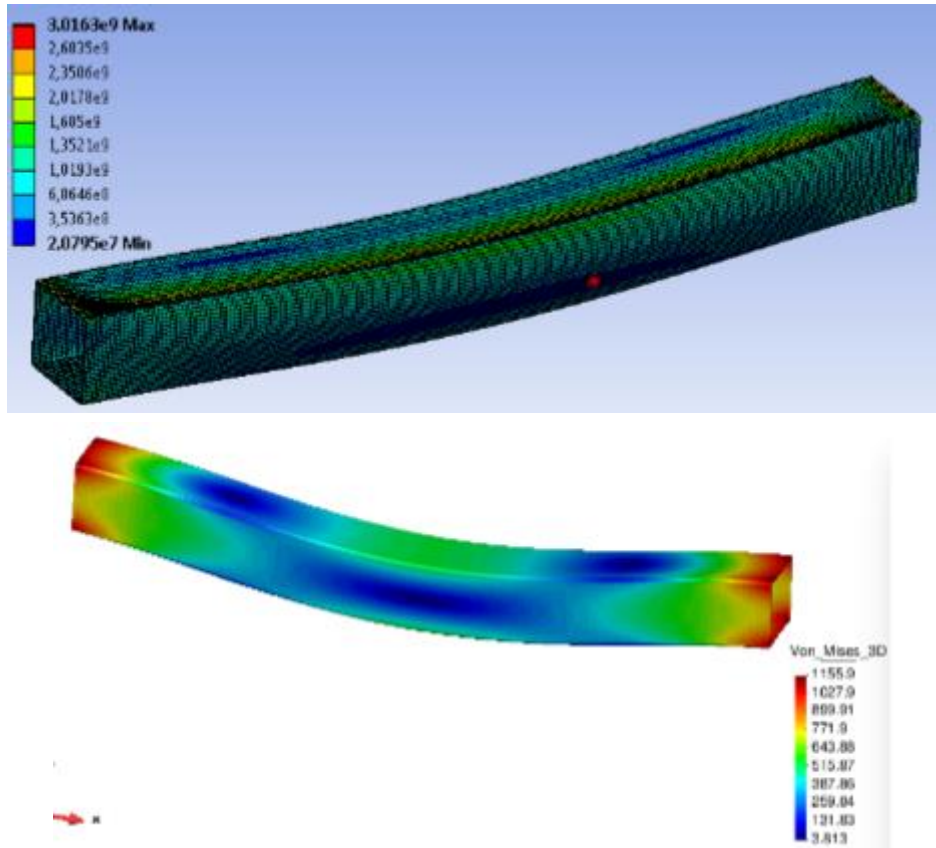
Fuerza de 10 MN en dirección -Y aplicada a la cara superior



B.2.2 Sección cuadrada pared delgada

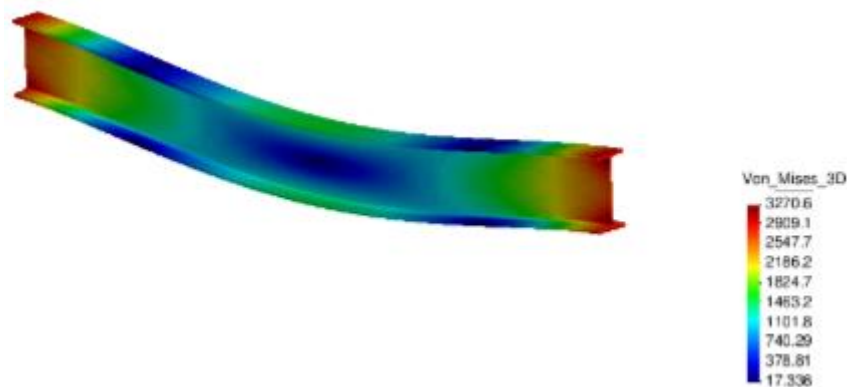
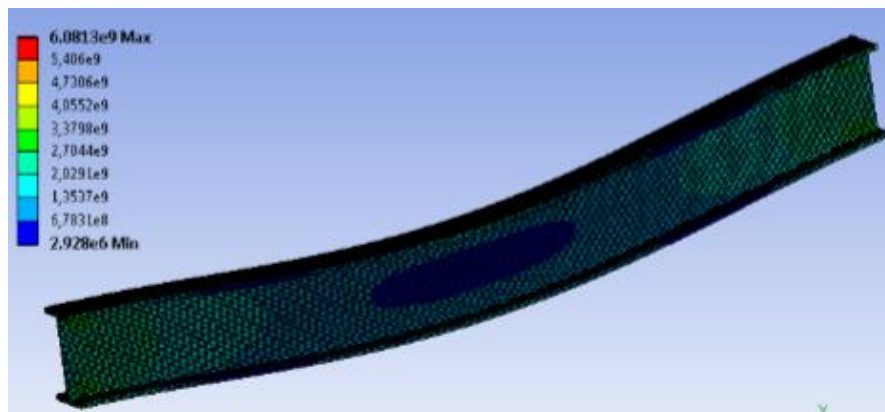
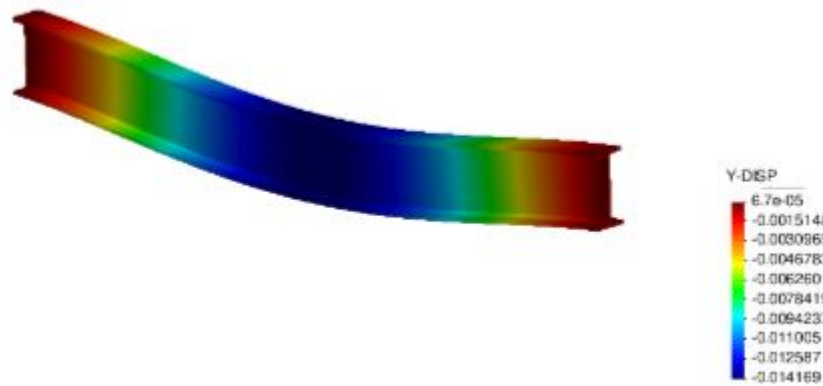
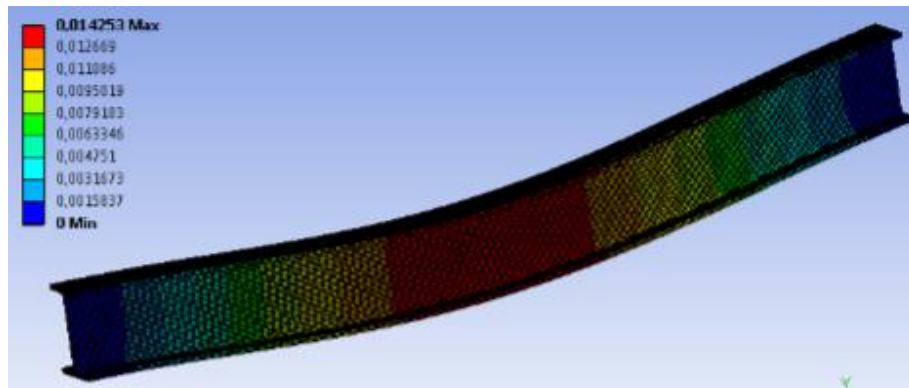
Fuerza de 0,5 MN en dirección -Y aplicada a la cara superior





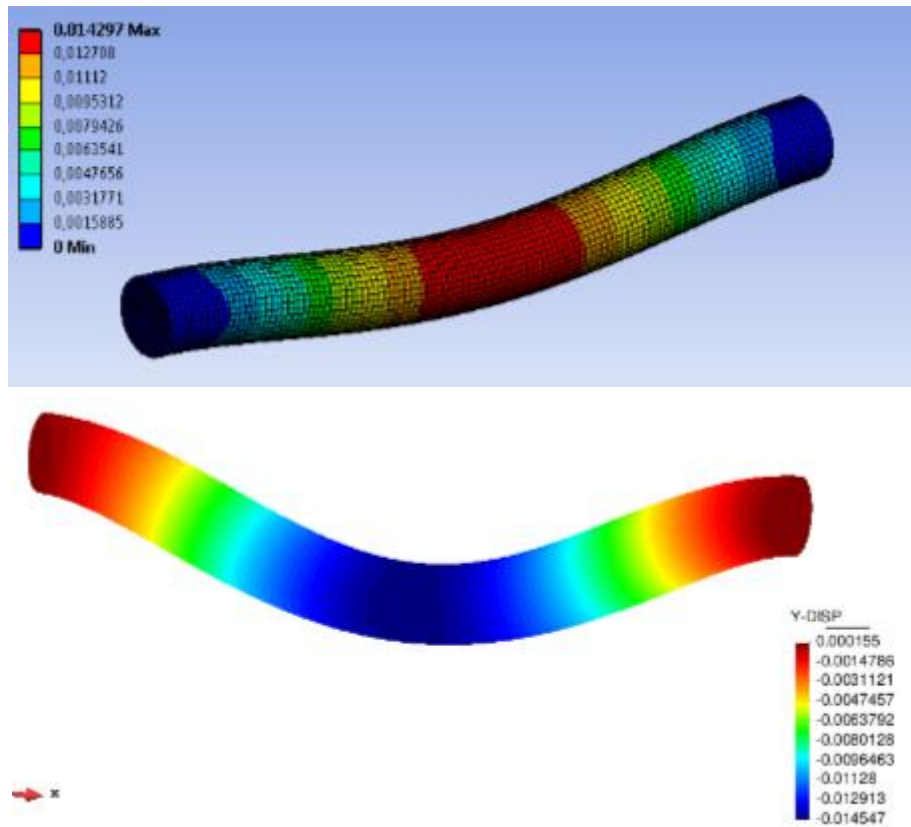
B.2.3 Sección IPE

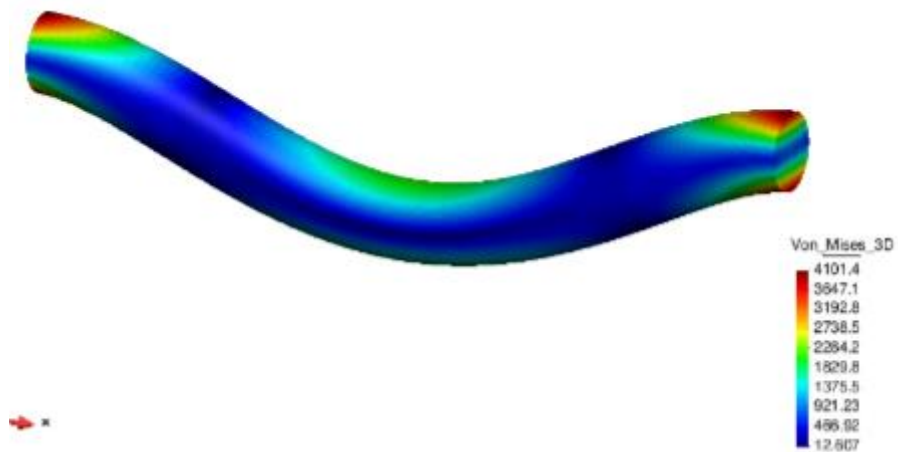
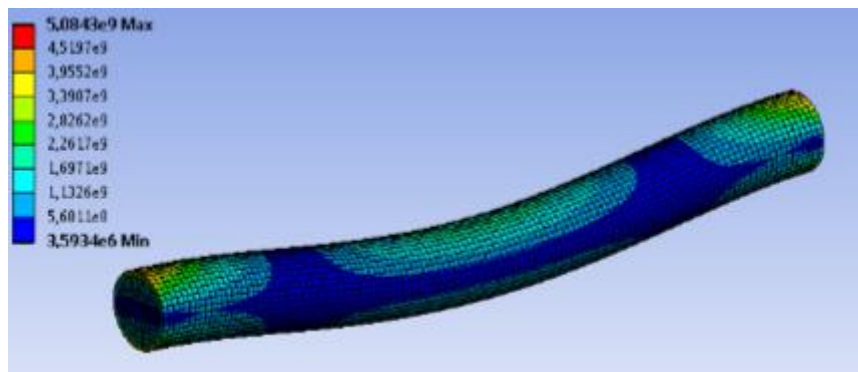
Fuerza de 1 MN en dirección -Y aplicada a la cara superior



B.2.4 Sección Circular

Fuerza de 5 MN en dirección -Y aplicada a la cara superior





B.3 Entrenamiento básico

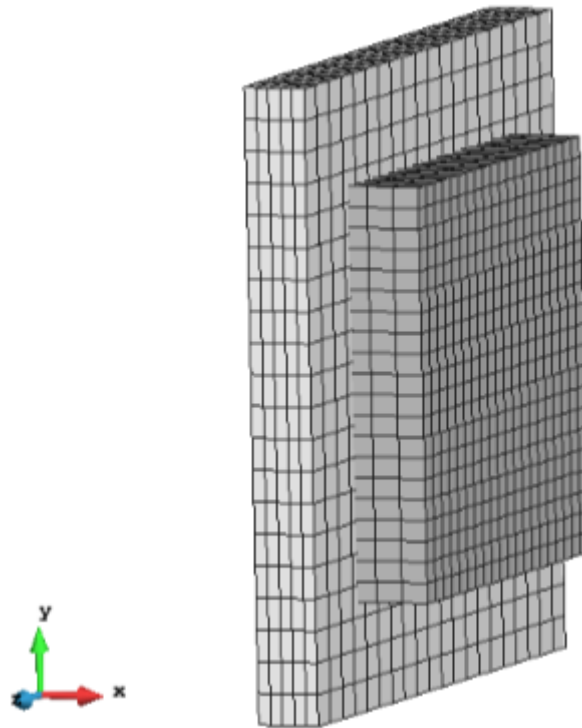
En este anexo se mostrarán los resultados restantes del apartado 3.2, donde encontraremos los otros perfiles entrenados. Los tiempos registrados para todos los perfiles ha sido de 10 segundos para esta fase. Las tensiones están expresadas en MPa.

El proceso de aprendizaje es la parte en la que la información de estos conjuntos de desplazamientos se extrae y analiza con el fin de obtener los modos de estructura.

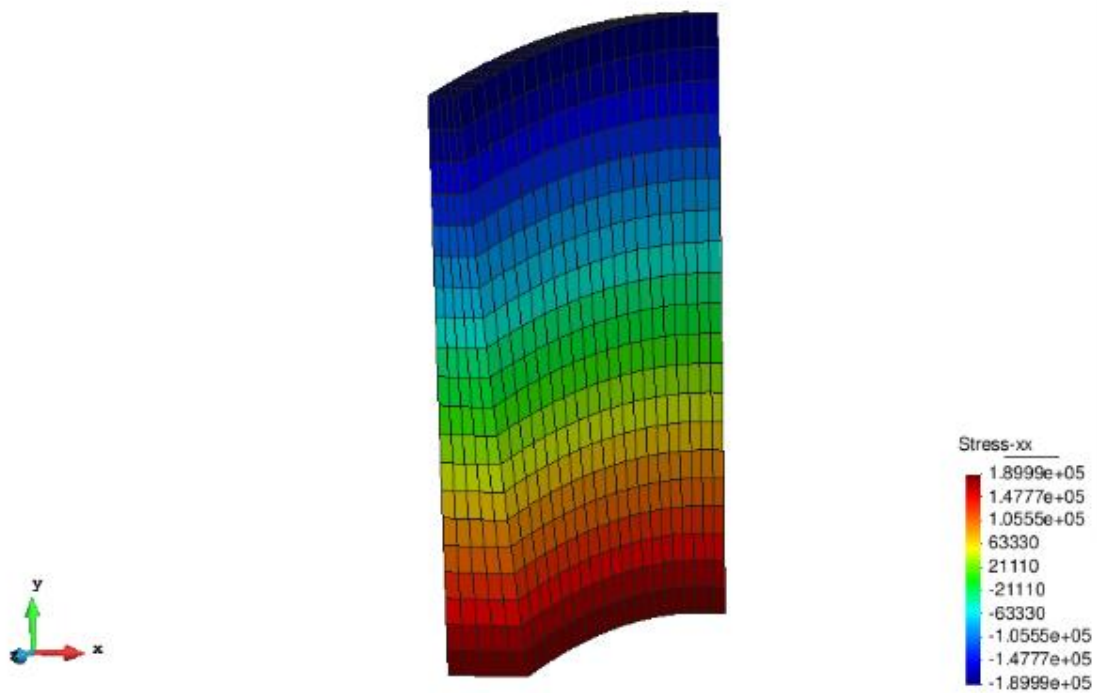
Como se comenta en el apartado 3.2.7 las pruebas se ejecutaron con condiciones periódicas, no se necesitó más de un dominio. Solo se obtiene un patrón de desplazamiento de cada prueba y, por lo tanto, el resultado del entrenamiento básico es un conjunto de 6 vectores de desplazamientos nodales. Lo que se espera obtener del proceso de aprendizaje son 6 modos que se aplicarán para predecir el comportamiento de la estructura cuando se someta a la distribución de fuerza.

B.3.1 Sección cuadrada maciza

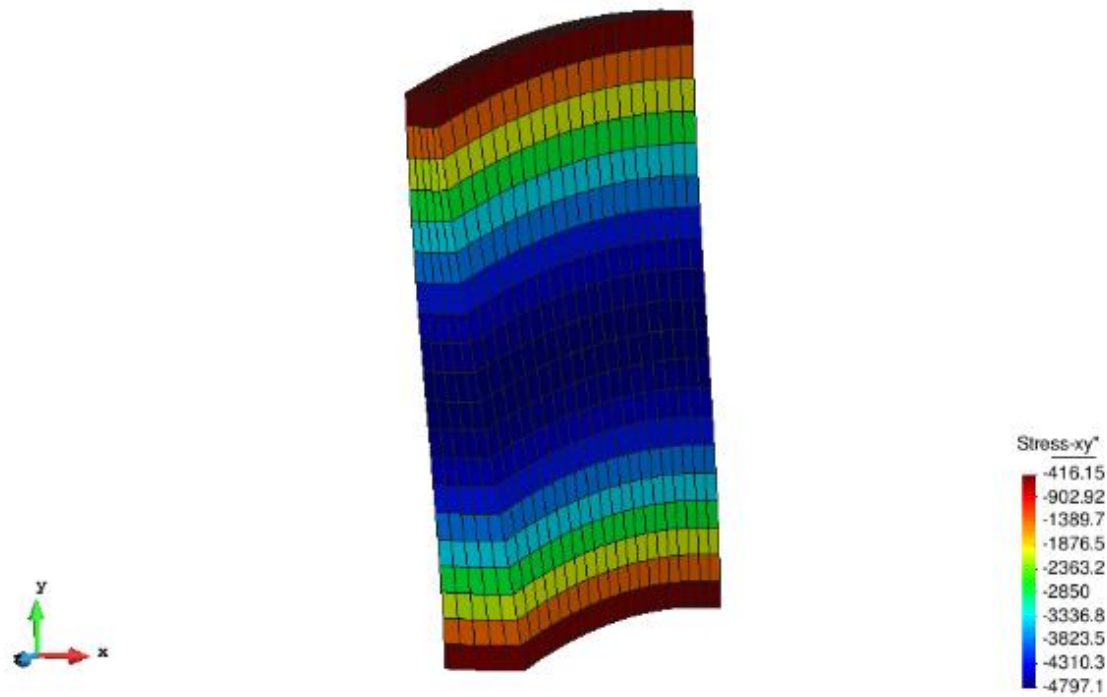
Test axial



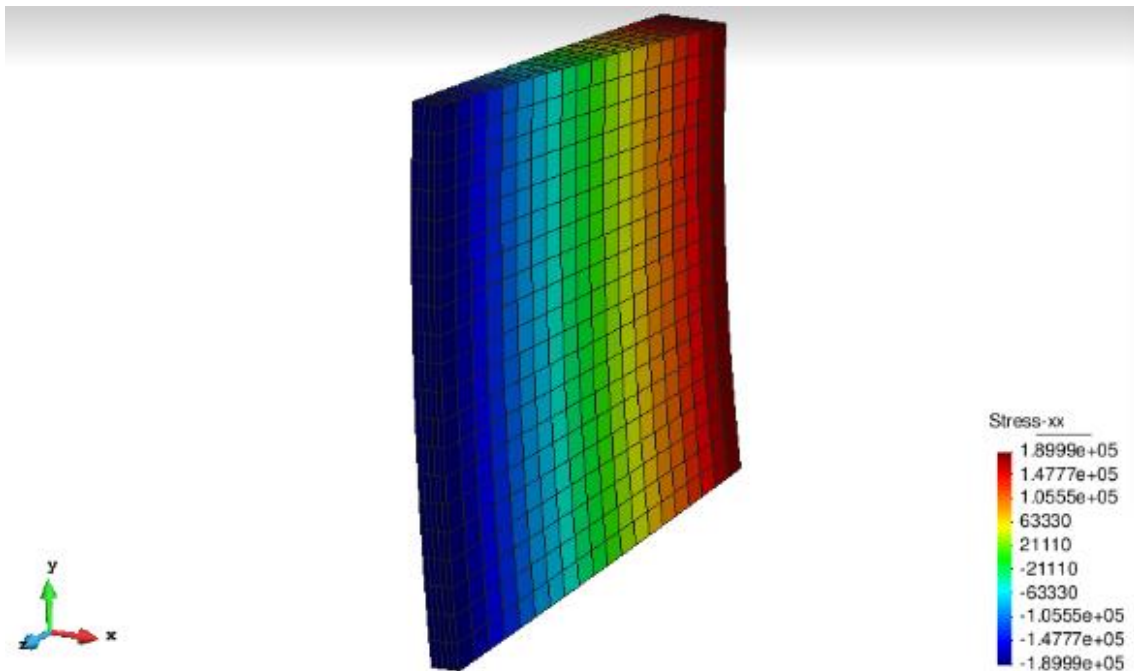
Test flexión pura alrededor del eje Z, mostrando la distribución de tensiones normales.



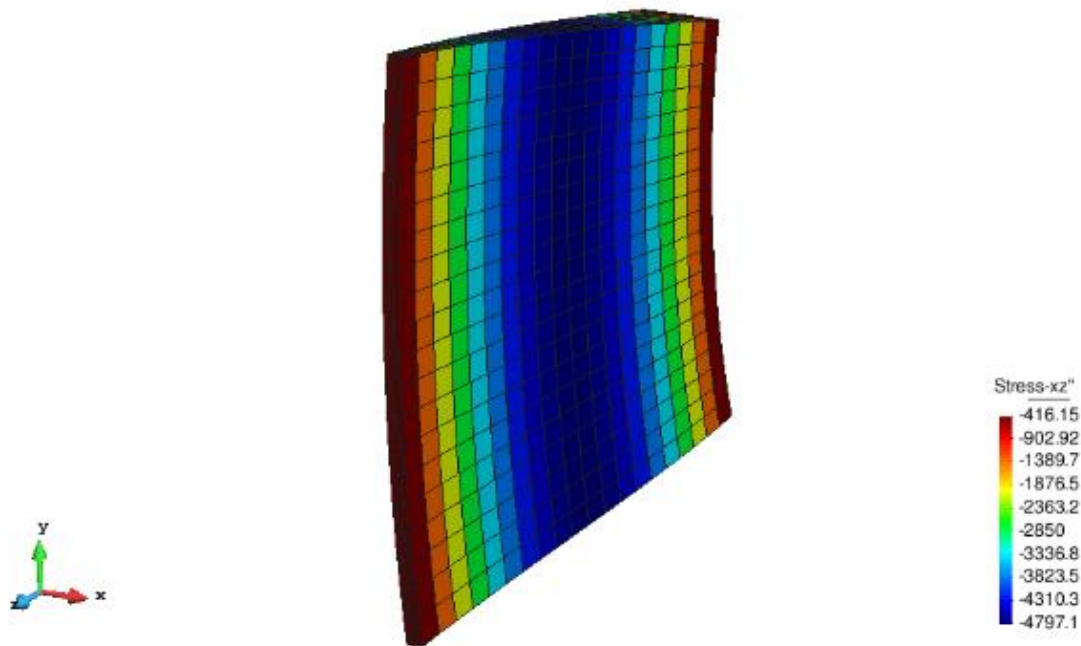
Test flexión simple alrededor del eje Z, con la distribución de tensiones tangenciales.



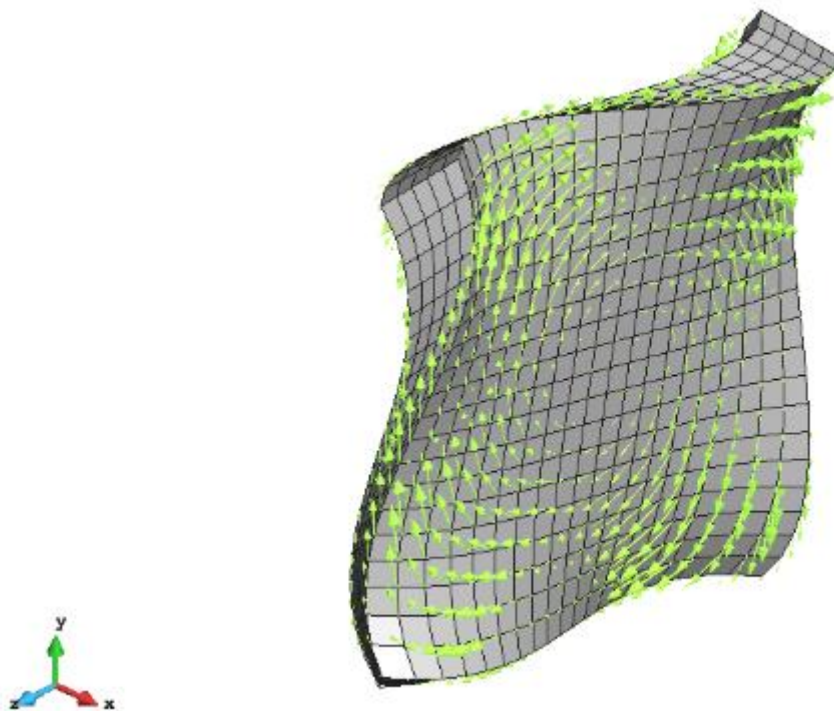
Test flexión pura alrededor del eje y, con la distribución de tensiones normales.



Test flexión simple alrededor del eje y, con la distribución de tensiones tangenciales.

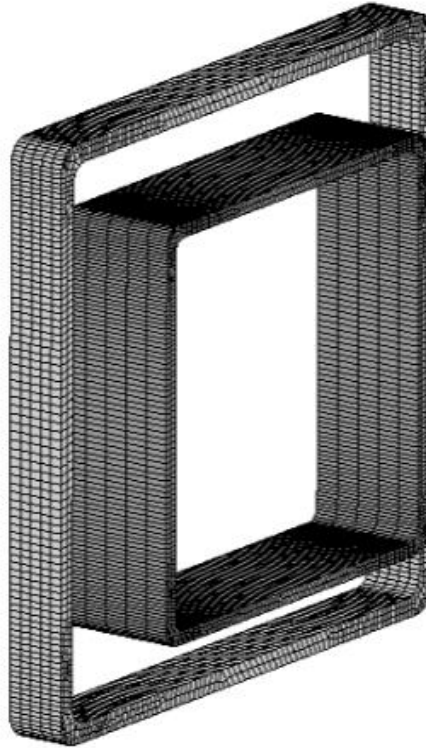


Test de torsión, con el flujo de fuerzas de reacción.

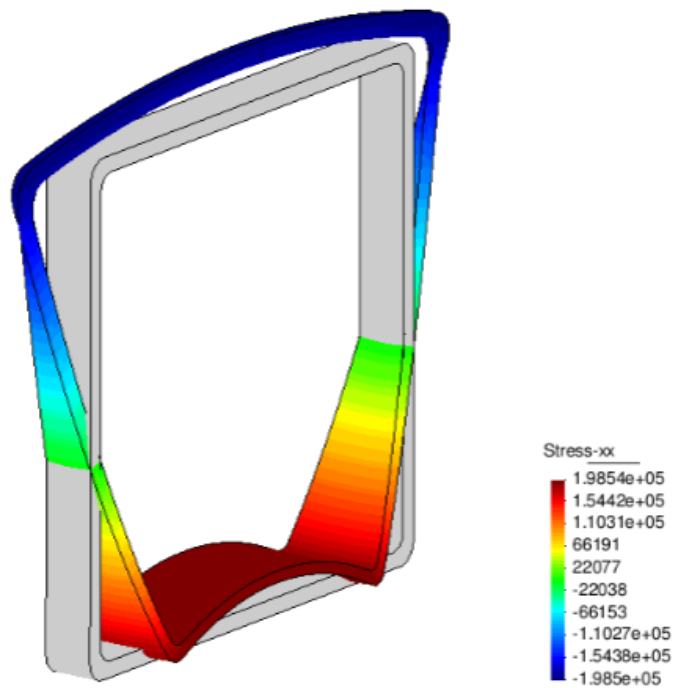


B.3.2 Sección cuadrada pared delgada

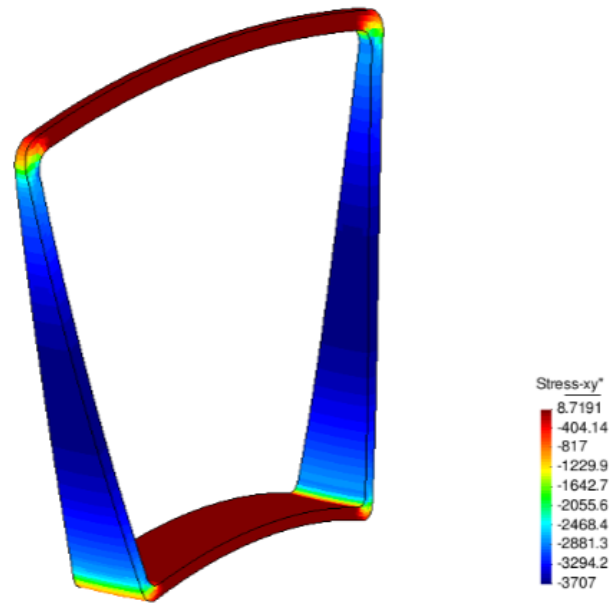
Test axial



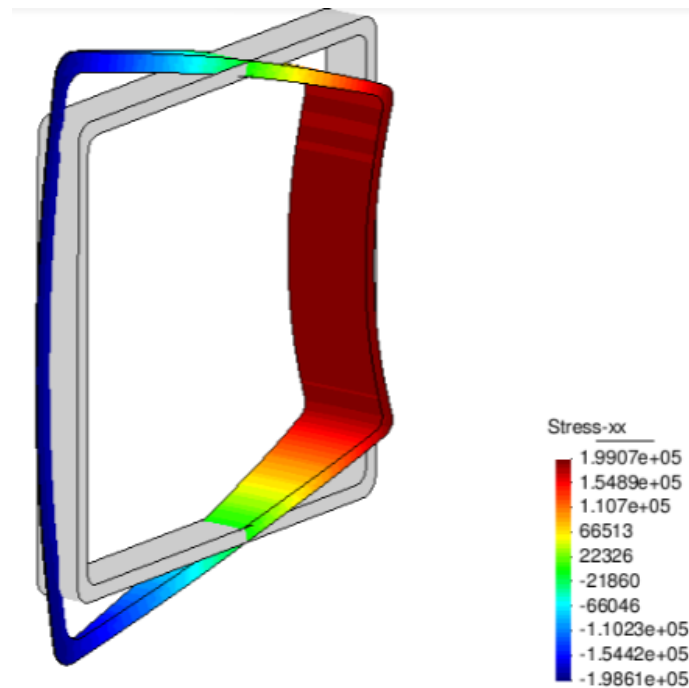
Test flexión pura alrededor del eje Z, mostrando la distribución de tensiones normales.



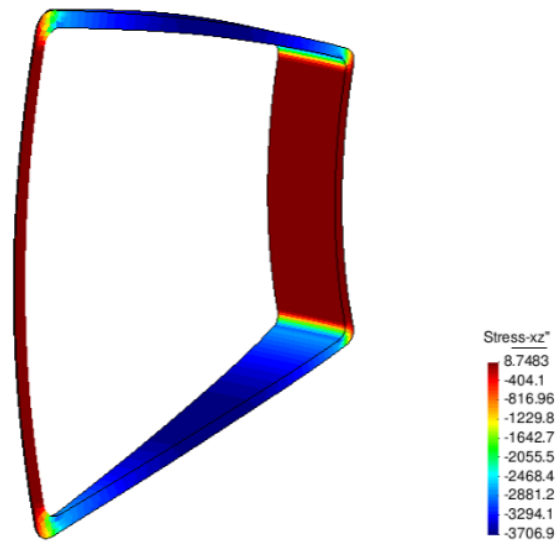
Test flexión simple alrededor del eje Z, con la distribución de tensiones tangenciales.



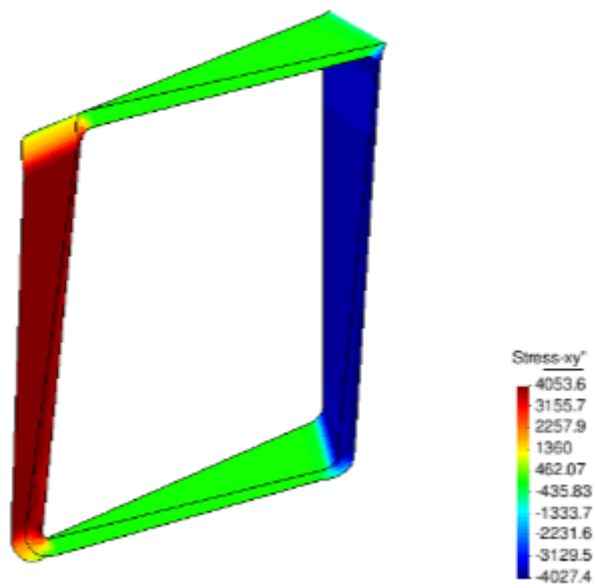
Test flexión simple alrededor del eje y, con la distribución de tensiones normales.

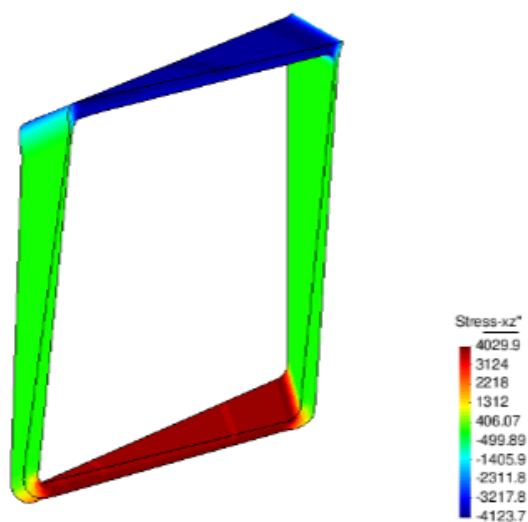


Test flexión simple alrededor del eje y, con la distribución de tensiones tangenciales.



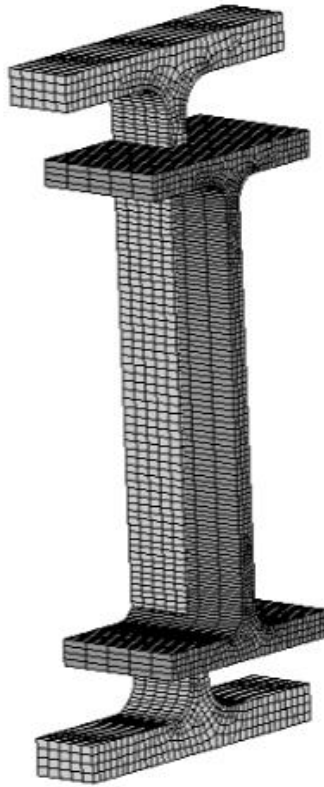
Test de torsión



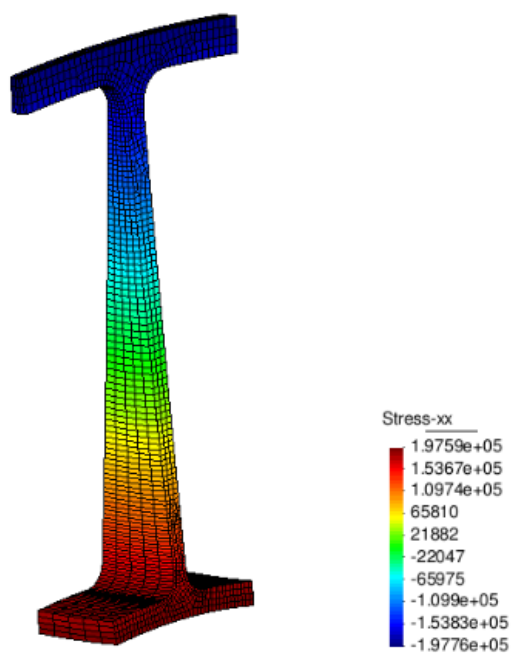


B.3.3 Sección IPE

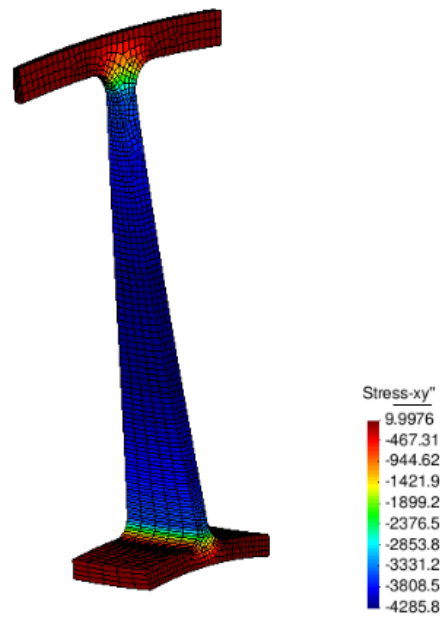
Test axial



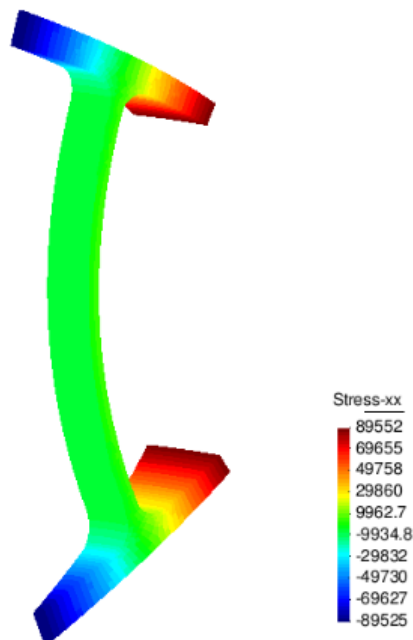
Test flexión pura alrededor del eje Z, mostrando la distribución de tensiones normales.



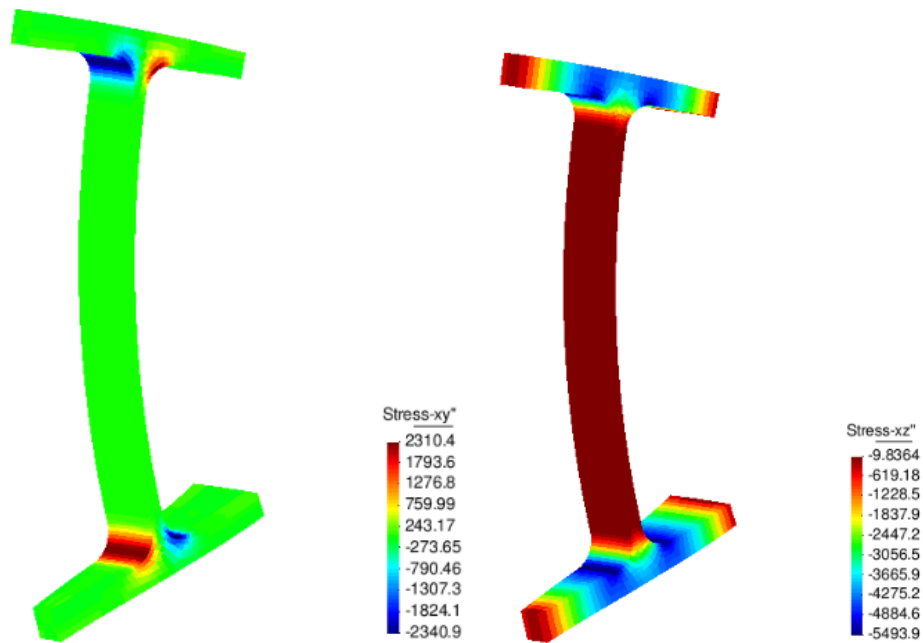
Test flexión simple alrededor del eje Z, con la distribución de tensiones tangenciales.



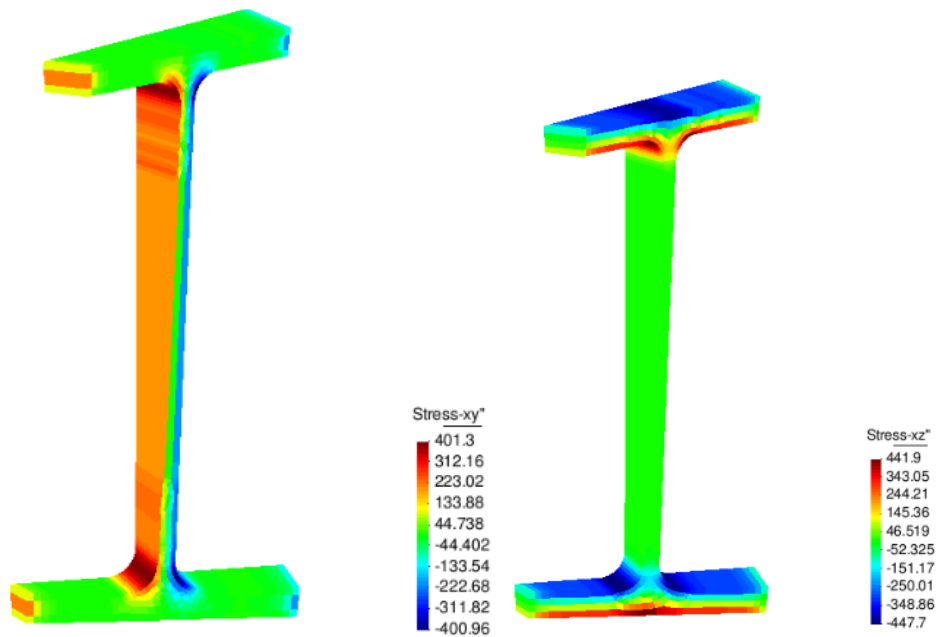
Test flexión pura alrededor del eje y, con la distribución de tensiones normales.



Test flexión simple alrededor del eje y, con la distribución de tensiones tangenciales.

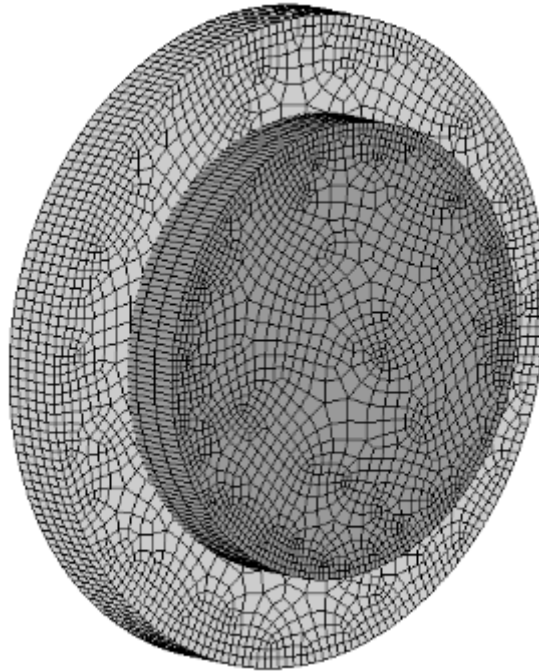


Test de torsión

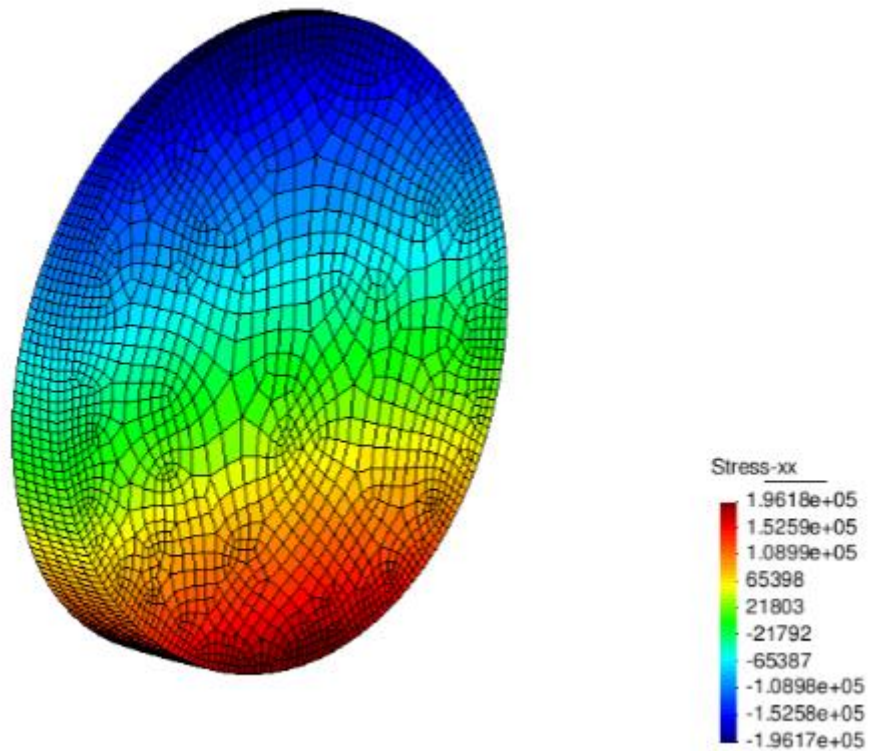


B.3.4 Sección Circular

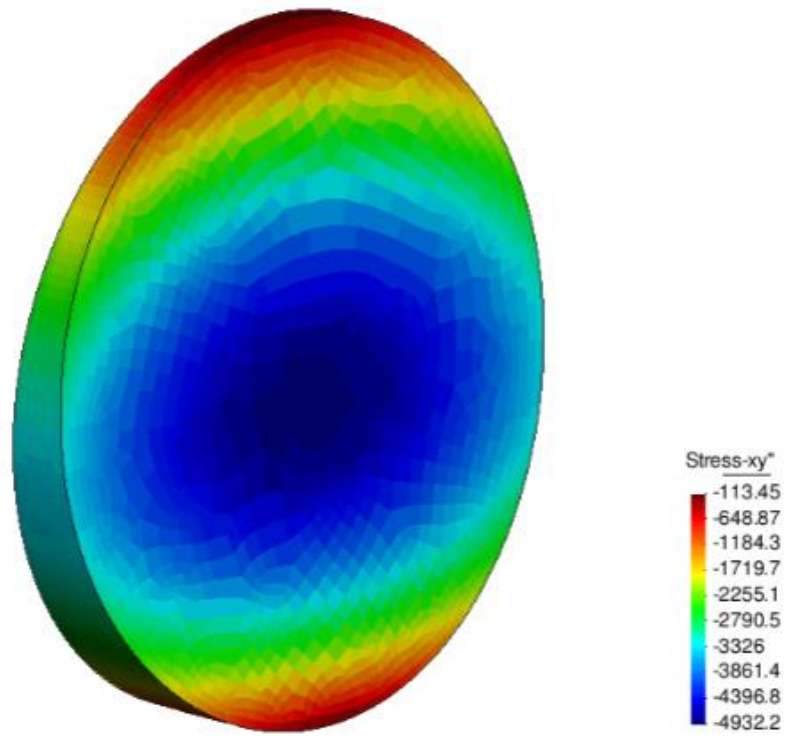
Test axial



Test flexión pura alrededor del eje Z, mostrando la distribución de tensiones normales.



Test flexión simple alrededor del eje Z, con la distribución de tensiones tangenciales.



Test de torsión, con el flujo de fuerzas de reacción.

